



TESIS – SS14 2501

**PENAKSIRAN PARAMETER DAN STATISTIK UJI
DALAM MODEL REGRESI GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED POISSON INVERSE GAUSSIAN**

**(Studi Kasus : Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur Tahun
2013)**

Ima Purnamasari
NRP. 1314201202

DOSEN PEMBIMBING
Dr. Drs. I Nyoman Latra, MS
Dr. Purhadi, M.Sc

PROGRAM MAGISTER
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2016



THESES - SS14 2501

**PARAMETER ESTIMATION AND STATISTICAL
TEST IN MODELING GEOGRAPHICALLY
WEIGHTED POISSON INVERSE GAUSSIAN
REGRESSION**

**(Case Study : The Number of HIV New Cases in East Java Province in
2013)**

Ima Purnamasari
NRP. 1314201202

SUPERVISORS
Dr. Drs. I Nyoman Latra, MS
Dr. Purhadi, M.Sc

MAGISTER PROGRAMME
DEPARTMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCE
INSTITUTE OF TECHNOLOGY SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2016

**PENAKSIRAN PARAMETER DAN STATISTIK UJI DALAM MODEL
REGRESI GEOGRAPHICALLY WEIGHTED POISSON INVERSE
GAUSSIAN**

(Studi Kasus: Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur Tahun 2013)

**Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si)**

di


Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:


**IMA PURNAMASARI
NRP: 1314201202**

**Tanggal Ujian : 22 Juli 2016
Periode Wisuda : September 2016**

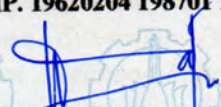
Disetujui oleh


**1. Dr. Drs. I Nvoman Latra, MS
NIP. 19511130 197901 1 001**

(Pembimbing I)


**2. Dr. Purhadi, M.Sc
NIP. 19620204 198701 1 001**

(Pembimbing II)


**3. Dr. Bambang Widjanarko Otok, M.Si
NIP. 19681124 199412 1 001**

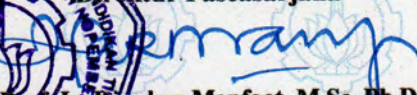
(Penguji I)


**4. Santi Puteri Rahayu, M.Si, Ph.D
NIP. 19750115199903 2 003**

(Penguji II)



Direktur Pascasarjana


**Prof. Ir. Drahuar Manfaat, M.Sc, Ph.D
NIP. 19601202 198701 1001**

**PENAKSIRAN PARAMETER DAN STATISTIK UJI DALAM MODEL
REGRESI GEOGRAPHICALLY WEIGHTED POISSON INVERSE
GAUSSIAN**

(Studi Kasus Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur Tahun 2013)

Nama Mahasiswa : Ima Purnamasari
NRP : 1314201202
Pembimbing : Dr. Drs. I Nyoman Latra, MS
Dr. Purhadi, M.Sc

ABSTRAK

Regresi Poisson adalah salah satu anggota keluarga dari *Generalized Linear Models* (GLMs) yang berasal dari distribusi Poisson. Dalam distribusi Poisson terdapat asumsi yang harus terpenuhi yaitu *mean* dan *varians* variabel respon harus sama (*equidispersion*). Oleh karena itu, regresi Poisson Inverse Gaussian (PIG) merupakan salah satu bentuk regresi yang dirancang untuk pemodelan data cacahan dengan kasus overdispersi. Pengembangan model regresi yang memperhatikan faktor heterogenitas spasial yaitu *Geographically Weighted Regression* (GWR). Selanjutnya variabel respon yang diteliti mengikuti distribusi PIG akan dikembangkan menjadi *Geographically Weighted Poisson Inverse Gaussian Regression* (GWPIGR). Penaksiran parameter menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan pengujian hipotesis dilakukan dengan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT). Pada penelitian analisis GWPIGR ini akan diterapkan pada jumlah kasus baru HIV di Propinsi Jawa Timur Tahun 2013 menggunakan 4 fungsi pembobot. Dari hasil analisis ini diketahui terdapat pembagian wilayah terhadap jumlah kasus baru HIV berdasarkan kesamaan variabel signifikan yang mempengaruhi yaitu 16 kelompok untuk *Adaptive Bisquare*, 27 kelompok untuk *Fixed Bisquare*, 27 kelompok untuk *Fixed Gaussian*, dan 28 kelompok untuk *Adaptive Gaussian*. Dan didapatkan model GWPIGR dengan pembobot *Adaptive Bisquare* merupakan model terbaik dengan X_7 (persentase penduduk usia 25-34 tahun) merupakan variabel yang sebagian besar berpengaruh.

Kata kunci : Regresi GWPIGR, MLE, MLRT, HIV.

Halaman ini sengaja dikosongkan

**PARAMETER ESTIMATION AND STATISTICAL TEST IN MODELING
GEOGRAPHICALLY WEIGHTED POISSON INVERSE GAUSSIAN
REGRESSION**

(Case Study : The Number of HIV New Cases in East Java Province in 2013)

Name : Ima Purnamasari
NRP : 1314201202
Supervisors : Dr. Drs. I Nyoman Latra, MS
Dr. Purhadi, M.Sc

ABSTRACT

Poisson regression is a member of Generalized Linear Models (GLMs) family which is derived from a Poisson distribution. Poisson distribution is only determined by one parameter that defines both the mean and variance of the distribution. In Poisson regression there is an assumption that must be complete, that are mean and variance of the response variable should be the same (equidispersion). Therefore, modeling the count data is not sufficient with a simple Poisson regression. Poisson Inverse Gaussian Regression (PIGR) is a regression which is derived from mixed Poisson distribution that is designed for count data modeling with overdispersion case. PIGR will produce global model that is assumed to be valid in all areas in which the data was taken. But of course every region has different geographical conditions, social, cultural and economic. Thus, the development of a regression model that considers spatial effect, which is Geographically Weighted Regression (GWR) needs to be employed. Furthermore, the response variable must follow the PIG distribution so development will be Geographically Weighted Poisson Inverse Gaussian Regression (GWPIGR). Parameter estimation is using Maximum Likelihood Estimation (MLE) and the statistical test using Miximum Likelihood Ratio Test (MLRT). In GWPIGR analysis research will be applied to the number of new HIV cases in East Java province in 2013 using four weighting function. From the analysis known that there is a territorial division of the amount of new cases of HIV based on common significant variable predictor there are 16 groups for Adaptive Bisquare, 27 groups for Fixed Bisquare, 27 groups for Fixed Gaussian, and 28 groups for Adaptive Gaussian. And obtained GWPIGR models with Adaptive Bisquare is the best model with X_7 (percentage of population aged 25-34 years) are variable that mostly influence.

Keywords : GWPIG Regression, MLE, MLRT, HIV.

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR JUDUL.....	i
LEMBAR PENGESAHAN.....	iii
ABSTRAK.....	v
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
KATA PENGANTAR.....	xv
BAB I. PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan	5
1.4 Manfaat	6
1.5 Batasan Masalah.....	6
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Distribusi Poisson	7
2.2 Distribusi Inverse Gaussian.....	8
2.3 Distribusi Poisson Inverse Gaussian	8
2.4 Regresi Poisson Inverse Gaussian	12
2.5 Geographically Weighted Regression.....	19
2.6 Efek Spasial.....	19
2.7 Multikolinearitas.....	24
2.8 Jumlah Kasus Baru HIV dan Faktor-faktor yang Mempengaruhi	24
2.9 Hasil Penelitian Terkait HIV.....	26
BAB III METODE PENELITIAN.....	29
3.1 Sumber Data dan Variabel Penelitian	29
3.2 Langkah-langkah Penelitian	32
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	39
4.1 Penaksiran Parameter Model GWPIGR.....	39
4.2 Pengujian Hipotesis Model GWPIGR	60
4.3 Aplikasi Model GWPIGR	67
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....	95
5.1 Kesimpulan.....	95
5.2 Saran	96
DAFTAR PUSTAKA.....	97
LAMPIRAN	101
BIOGRAFI PENULIS	165

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1.	Variabel Penelitian, Definisi Operasional dan Tipe Data.....	30
Tabel 3.2.	Struktur Data dalam Penelitian.....	31
Tabel 4.1.	Analisis Deskriptif Variabel Respon dan Variabel Prediktor....	69
Tabel 4.2.	Nilai VIF Variabel Prediktor	70
Tabel 4.3.	Koefisien Korelasi Variabel Respon dan Variabel Prediktor	71
Tabel 4.4.	Penaksiran Parameter Model Regresi PIG pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013.....	72
Tabel 4.5.	Hasil Uji Kesamaan Model PIGR dan GWPIGR.....	75
Tabel 4.6.	Variabel yang signifikan di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur menggunakan <i>Adaptive</i> Bisquare.....	77
Tabel 4.7.	Pengelompokan Kabupaten/ Kota Pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur 2013 dengan pembobot <i>Adaptive</i> Bisquare.....	78
Tabel 4.8.	Pengujian Parameter Model GWPIGR di Kota Surabaya dengan Pembobot <i>Adaptive</i> Bisquare	80
Tabel 4.9.	Variabel yang signifikan di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur menggunakan <i>Fixed</i> Bisquare.....	81
Tabel 4.10.	Pengelompokan Kabupaten/ Kota Pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur 2013 dengan pembobot <i>Fixed</i> Bisquare.....	82
Tabel 4.11.	Pengujian Parameter Model GWPIGR di Kota Surabaya dengan Pembobot <i>Fixed</i> Bisquare.....	83
Tabel 4.12.	Variabel yang signifikan di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur menggunakan <i>Fixed</i> Gaussian.....	85
Tabel 4.13.	Pengelompokan Kabupaten/ Kota Pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur 2013 dengan pembobot <i>Fixed</i> Gaussian.....	86
Tabel 4.14.	Pengujian Parameter Model GWPIGR di Kota Surabaya dengan Pembobot <i>Fixed</i> Gaussian.....	87
Tabel 4.15.	Variabel yang signifikan di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur menggunakan <i>Adaptive</i> Gaussian.....	89
Tabel 4.16.	Pengelompokan Kabupaten/ Kota Pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur 2013 dengan pembobot fungsi <i>Adaptive</i> Gaussian.....	90
Tabel 4.17.	Pengujian Parameter Model GWPIGR di Kota Surabaya dengan Pembobot <i>Adaptive</i> Gaussian.....	91
Tabel 4.18.	Perbandingan Devians Model.....	93

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1. Langkah - langkah penaksiran parameter dan statistik uji model GWPIGR.....	36
Gambar 3.2. Langkah - langkah analisis faktor-faktor yang berpengaruh pada Jumlah Kasus Baru HIV di Jawa Timur tahun 2013.....	37
Gambar 4.1. Perkembangan Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013.....	68
Gambar 4.2. Peta Pengelompokan Kabupaten/ Kota berdasarkan variabel yang signifikan pada Jumlah Kasus Baru HIV dengan pembobot <i>Adaptive</i> Bisquare.....	79
Gambar 4.3. Peta pengelompokan Kabupaten/ Kota berdasarkan variabel yang signifikan pada Jumlah Kasus Baru HIV dengan pembobot <i>Fixed</i> Bisquare.....	83
Gambar 4.4. Peta Pengelompokan Kabupaten/ Kota berdasarkan variabel yang signifikan pada Jumlah Kasus Baru HIV dengan pembobot <i>Fixed</i> Gaussian.....	87
Gambar 4.5. Peta pengelompokan Kabupaten/ kota berdasarkan variabel yang signifikan pada Jumlah Kasus Baru HIV dengan pembobot <i>Adaptive</i> Gaussian.....	91

Halaman ini sengaja dikosongkan

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadiran Allah Subhanahu Wa Ta'ala karena atas limpahan rahmat-Nya penulis diperkenankan menyelesaikan tesis yang berjudul **“Penaksiran Parameter dan Statistik Uji Dalam Model Regresi *Geographically Weighted Poisson Inverse Gaussian* (Studi Kasus: Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur Tahun 2013)”** dengan baik.

Keberhasilan penyusunan tesis ini tidak terlepas dari bantuan, bimbingan, petunjuk, dan dukungan dari berbagai pihak. Sehubungan dengan itu, teriring rasa syukur dan doa, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Drs. I Nyoman Latra, M.S dan Bapak Dr. Purhadi, M.Sc selaku dosen pembimbing yang di tengah segala kesibukannya dapat meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan, saran, masukan, serta motivasi selama penyusunan tesis ini.
2. Bapak Dr. Bambang Widjanarko Otok, M.Si dan Ibu Santi Puteri Rahayu, M.Si, Ph.D selaku dosen penguji yang telah banyak memberikan saran dan masukan untuk menjadikan tesis ini menjadi lebih baik.
3. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc selaku Ketua Jurusan Statistika dan Bapak Dr.rer.pol. Heri Kuswanto, S.Si, M.Si selaku ketua Program Studi Pascasarjana Jurusan Statistika FMIPA ITS atas arahan dan bantuannya selama penulis menempuh pendidikan di Program Magister Jurusan Statistika ITS.
4. Bapak Dr. Brodjol Sutijo Suprih Ulama, M.Si selaku dosen wali, seluruh Bapak/ Ibu dosen pengajar yang telah memberikan ilmu dan pengalaman yang bermanfaat kepada penulis, serta segenap karyawan dan keluarga besar Jurusan Statistika FMIPA ITS atas segala dukungan dan bantuannya.
5. Suamiku tercinta, Junaidi Abdillah, sebagai sumber motivasi yang telah hadir melengkapi perjalanan hidup penulis. Dukungan, kesabaran,

pengertian, kasih sayang, dan doanya sangat berharga selama ini terutama dalam menyelesaikan tesis ini.

6. Ibu yang telah membesarkan, mendidik, dan mendoakan dengan penuh keikhlasan dan kasih sayang, Mas bayu, Mbak Falis, dan Sabrina yang telah memberikan dukungan, motivasi, semangat, dan doanya.
7. Ibu mertua, Dek Amir, Dek Rosy yang selalu mendoakan penulis agar segera lulus, serta memberikan motivasi dan semangat.
8. Teman-teman reguler angkatan 2014 genap, terimakasih atas segala bantuan, keceriaan, dan kebersamaannya selama menjalani pendidikan di ITS.

Penulis menyadari bahwa tesis ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, kritik maupun saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi perbaikan tesis ini. Penulis berharap mudah-mudahan tesis ini bermanfaat untuk semua pihak yang memerlukan.

Surabaya, Juli 2016

Penulis

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Regresi Poisson adalah salah satu anggota keluarga dari *Generalized Linear Models* (GLMs) yang berasal dari distribusi Poisson. Distribusi Poisson merupakan distribusi diskrit dengan nilai variabel random berupa bilangan bulat positif sehingga menjadi pilihan yang baik untuk pemodelan data cacahan. Distribusi Poisson hanya ditentukan oleh satu parameter yang mendefinisikan baik *mean* maupun *varians* dari distribusi tersebut, sehingga dalam regresi Poisson terdapat asumsi yang harus terpenuhi yaitu *mean* dan *varians* variabel respon harus sama (*equidispersion*).

Namun dalam kenyataannya sering terjadi pelanggaran asumsi tersebut dimana *varians* lebih kecil dari *mean* (*underdispersion*) atau *varians* lebih besar dari *mean* (*overdispersion*). Kebanyakan data cacahan ditemukan kasus overdispersi (Consul dan Famoye, 1992). Dalam praktiknya, data cacahan sering menunjukkan *varians* yang cukup besar karena banyak mengandung nilai nol (*extra zeros*) atau sebaran yang lebih besar dari nilai-nilai pada data atau keduanya (Hu, Pavlicova, dan Nunes, 2011).

Kasus overdispersi bila diabaikan dapat mengakibatkan terjadinya *underestimate* pada estimasi standart *error*, sehingga dapat mengakibatkan kesalahan pada pengambilan keputusan beberapa uji hipotesis, misal suatu variabel prediktor berpengaruh signifikan ketika pada kenyataan tidak berpengaruh signifikan (Hilbe, 2007). Dalam mengatasi kasus overdispersi, dibentuk beberapa pemodelan yang merupakan perpaduan antara distribusi Poisson dengan beberapa distribusi baik diskrit maupun kontinyu (*mixed poisson distribution*). *Mixed poisson distribution* tersebut merupakan solusi alternatif untuk kasus overdispersi, tetapi hanya beberapa distribusi yang sering digunakan dalam penelitian karena perhitungannya yang rumit. Salah satunya adalah distribusi Poisson Inverse Gaussian (PIG) yang merupakan *mixed poisson distribution* dengan random efek yang mempunyai distribusi

Invers Gaussian. Distribusi ini pertama kali diperkenalkan oleh Holla pada tahun 1966 (Karlis dan Nikolouloupulos, 2005).

Shoukri, Asyali, dan Vandorp (2004) menggunakan model PIG pada data jumlah kasus penyakit mastitis pada sapi perah di Ontario Canada dan menghasilkan kesimpulan bahwa regresi PIG merupakan model yang lebih baik dari model regresi binomial negatif. Pemodelan regresi PIG juga digunakan pada penelitian Zha, Lord, dan Zou (2014) pada kasus jumlah kecelakaan motor yang terjadi di Texas dan Washington. Dengan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Bayesian Information Criterion* (BIC) yang lebih kecil, menunjukkan bahwa pemodelan regresi PIG lebih baik dari model regresi binomial negative untuk memodelkan kasus jumlah kecelakaan motor di dua tempat tersebut.

Jumlah kasus baru *Human Immunodeficiency Virus* (HIV) di suatu wilayah merupakan salah satu bentuk data cacahan sehingga dalam pemodelannya bisa menggunakan regresi Poisson. Data mengenai jumlah kasus HIV juga berpotensi terjadi overdispersi sehingga untuk pemodelannya tidak cukup menggunakan regresi Poisson. Penelitian Owusu (2011) memodelkan jumlah kasus HIV pada sebuah Rumah Sakit di Ghana dengan menggunakan regresi Poisson serta regresi binomial negatif, dikarenakan data jumlah kasus HIV tersebut mengalami overdispersi.

HIV merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus yang menyerang limfosit CD4 atau sistem kekebalan tubuh, dan bila tidak menjalani pengobatan secara teratur virus ini akan mengakibatkan sistem kekebalan tubuh seseorang melemah, rentan terhadap penyakit, dan sulit sembuh dari berbagai penyakit yang selanjutnya dikenal dengan penyakit *Aquired Immuno Deficiency Syndrome* (AIDS) yang selanjutnya menyebabkan kematian. Penularan HIV yang utama di Indonesia adalah penggunaan jarum suntik yang tidak aman secara bersama-sama diantaranya pengguna narkoba dan obat-obatan terlarang (narkoba), dan diuti hubungan heteroseksual, penularan prenatal dari ibu ke janinnya selama periode kehamilan, melahirkan atau menyusui. Cara penularan lainnya melalui darah yang terinfeksi seperti transfusi darah dan penyayatan kulit seperti pembuatan tato (BPS, 2013).

Penyakit HIV ini dapat membawa dampak yang menghancurkan, bukan hanya terhadap kesehatan masyarakat namun juga terhadap Negara serta keseluruhan. Menurut data dari kementrian kesehatan, sampai saat ini prevalensi kasus HIV di Indonesia mencapai 23 orang per 100.000 penduduk. Jumlah kumulatif kasus HIV di Indonesia sampai dengan bulan September 2014 tercatat sebanyak 150.285 kasus dengan propinsi Jawa Timur berada pada urutan kedua dengan jumlah kasus kumulatif terbanyak yaitu 19.249 kasus HIV. Angka tersebut sesungguhnya jauh lebih kecil dibandingkan angka yang sebenarnya terjadi, dikarenakan baru sebagian kecil yang dilaporkan dan terdeteksi. Jumlah kasus kumulatif merupakan akumulasi dari beberapa tahun sebelumnya karena seseorang yang terinfeksi virus HIV tidak dapat disembuhkan dan kasusnya akan terus tercatat dan terakumulasi. Jumlah kasus baru HIV dapat dijadikan acuan suatu daerah dalam mengukur keberhasilan pemerintahnya dalam menghambat laju penyebaran penyakit HIV. Jumlah kasus baru HIV di Propinsi Jawa Timur pada tahun 2013 mengalami peningkatan yaitu mencapai 4.661 kasus dibandingkan tahun 2012 sebanyak 3.698 kasus.

Saat ini upaya untuk menghentikan laju penyebaran penyakit HIV telah menjadi agenda di berbagai daerah di Indonesia termasuk propinsi Jawa Timur. Berbagai program dan strategi telah dilakukan oleh pemerintah untuk mengatasi masalah tersebut, diantaranya dengan meningkatkan potensi dan fasilitas kesehatan di kabupaten/ kota. Peningkatan kualitas pelayanan kesehatan tidak selalu menjamin peningkatan pada pemanfaatan pelayanan tersebut, sehingga usaha untuk menghambat laju penyebaran HIV tidak bisa hanya dilihat dari upaya peningkatan sarana kesehatan dan tenaga kesehatan saja. Berbagai faktor sosial ekonomi dapat menjadi hambatan dalam pemanfaatan fasilitas-fasilitas dan pelayanan kesehatan.

Terdapat banyak penelitian baik dalam negeri maupun luar negeri mengenai HIV dan faktor-faktor yang mempengaruhinya. Zanakis, Alvarez, dan Li (2007) melakukan penelitian mengenai pengaruh aspek sosial dan ekonomi terhadap epidemik HIV/ AIDS pada negara-negara di dunia. Penelitian tersebut menyimpulkan bahwa Negara dengan kepadatan penduduk

lebih rendah yang menyediakan pelayanan kesehatan lebih baik dan nilai PDB yang lebih besar merupakan Negara-negara dengan epidemik dan resiko HIV/AIDS lebih rendah.

Selain itu, Olewe, Wayung, dan Makau (2008) melakukan penelitian mengenai karakteristik klien-klien yang memeriksakan diri ke klinik VCT di Nairobi, Kenya. Hasil penelitian menunjukkan bahwa sebagian besar dari mereka berusia 20-34 tahun dan mempunyai pendidikan SMP ke atas. Penelitian lainnya tentang HIV adalah penelitian dari Owusu (2011) yang memodelkan pengaruh faktor demografi seperti umur dan jenis kelamin terhadap jumlah kasus HIV di sebuah rumah sakit di Ghana dengan menggunakan regresi Poisson serta regresi binomial negatif dan menghasilkan kesimpulan bahwa umur dan jenis kelamin berpengaruh terhadap jumlah penderita HIV.

Penelitian lain yang mengaitkan status sosial ekonomi dengan HIV adalah penelitian Ogunmola, Oladosu, dan Olamoyegun (2014). Faktor-faktor yang dikaitkan diantaranya adalah status pekerjaan, tingkat pendidikan, pendapatan per bulan, dan status perkawinan dengan resiko HIV di Nigeria. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa prevalensi infeksi HIV terkonsentrasi pada mereka dengan pendidikan SMP ke bawah dan pendapatan rendah.

Penelitian dalam negeri tentang HIV/ AIDS diantaranya dilakukan oleh Ratnasari dan Purhadi (2013) yang berkaitan dengan faktor-faktor yang mempengaruhi HIV dan AIDS di Propinsi Jawa Timur menggunakan model regresi Bivariate Poisson. Penelitian tersebut menghasilkan bahwa persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun, persentase daerah berstatus desa dan persentase penduduk miskin merupakan faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah HIV dan AIDS di Propinsi Jawa Timur.

Penelitian dalam negeri lainnya dilakukan oleh Sayu Made (2016) menggunakan pemodelan regresi PIG dalam penelitian jumlah kasus baru HIV di Jawa Timur tahun 2013 yang menyimpulkan bahwa persentase penduduk dengan pendidikan SMA ke atas, persentase pasangan usia subur yang

menggunakan kondom, dan rasio fasilitas kesehatan merupakan variabel-variabel yang signifikan.

Data jumlah kasus baru HIV pada tahun 2013 di Propinsi Jawa Timur tentunya memiliki kondisi geografis dan sosial budaya yang berbeda antar wilayah. Hal ini menunjukkan bahwa adanya efek heterogenitas spasial antar wilayah. Pengembangan model regresi yang memperhatikan faktor heterogenitas spasial yaitu regresi dengan pembobotan geografi, yaitu *Geographically Weighted Regression* (GWR). Dengan memberikan pembobotan berdasarkan posisi atau jarak suatu wilayah pengamatan dengan wilayah pengamatan lainnya maka model GWR akan menghasilkan model lokal yang berbeda-beda di tiap wilayah. Sehingga penelitian ini menggunakan pemodelan *Geographically Weighted Poisson Inverse Gaussian Regression* (GWPIGR).

1.2 Rumusan Masalah

Pada penelitian yang dilakukan oleh Sayu Made (2016) menghasilkan regresi PIG yang bersifat global. Karena data jumlah kasus baru HIV di Propinsi Jawa Timur pada tahun 2013 dipengaruhi oleh kondisi geografis maka diperlukan pemodelan lokal untuk mengakomodasi efek heterogenitas spasial. Sehingga dalam penelitian ini terdapat tiga rumusan masalah yang akan dijawab berdasarkan latar belakang dan teori-teori yang ada. Permasalahan pertama yang akan dibahas yaitu bagaimana menaksir parameter model GWPIGR. Permasalahan yang kedua adalah bagaimana pengujian secara statistik mengenai model GWPIGR. Selanjutnya permasalahan yang ketiga adalah ingin mengetahui faktor-faktor apa saja yang berpengaruh terhadap jumlah kasus baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013 melalui model GWPIGR.

1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah maka tujuan yang hendak dicapai dalam penelitian ini adalah:

1. Mengkaji penaksir parameter model GWPIGR.

2. Menentukan bentuk statistik uji model GWPIGR .
3. Mendapatkan faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kasus baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013 melalui model GWPIGR.

1.4 Manfaat

Adapun manfaat yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengembangkan wawasan dan pengetahuan mengenai bentuk penaksiran parameter dan pengujian hipotesis model GWPIGR.
2. Memberikan informasi mengenai faktor-faktor apa saja yang berpengaruh secara signifikan terhadap jumlah kasus baru HIV di propinsi Jawa Timur tahun 2013.

1.5 Batasan Masalah

Batasan Masalah dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Estimasi Parameter menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* dengan metode Iterasi Newton Raphson.
2. Statistik uji yang digunakan adalah *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT).

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Analisis regresi merupakan metode statistika yang digunakan untuk membentuk model hubungan antara variabel respon dengan satu atau lebih variabel prediktor. Tidak semua regresi memiliki variabel respon yang mengikuti distribusi normal. Apabila variabel respon mengikuti distribusi Poisson *Inverse Gaussian* (PIG), maka regresi tersebut disebut regresi PIG. Regresi PIG termasuk regresi global, sementara itu bentuk lokal dari regresi PIG disebut *Geographically Weighted Poisson Inverse Gaussian* (GWPIGR). Berbeda dengan regresi PIG, GWPIGR memberikan pembobot yang berbeda untuk tiap lokasi atau titik sampel. Salah satu kasus yang menggunakan GWPIGR adalah kasus baru HIV. Dengan demikian pada bab ini akan dijelaskan mengenai distribusi PIG, GWPIGR, pembobot spasial, dan kasus baru HIV.

2.1. Distribusi Poisson

Distribusi Poisson merupakan suatu distribusi untuk peristiwa yang probabilitas kejadiannya kecil, dimana kejadian tergantung pada interval waktu tertentu atau di suatu daerah tertentu dengan hasil pengamatan berupa variabel diskrit dan antar variabel prediktor saling independen. Interval waktu tersebut dapat berupa berapa saja panjangnya, misalnya semenit, sehari, seminggu, sebulan, bahkan setahun. Daerah tertentu yang dimaksudkan dapat berupa suatu garis, suatu luasan, suatu volume, atau mungkin sepotong bahan (Walpole, 1995)

Fungsi peluang untuk data berdistribusi Poisson bergantung pada parameter tunggal, yaitu rata-rata μ . Fungsi peluangnya adalah sebagai berikut:

$$p(y; \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!} \quad \text{untuk } y = 0, 1, 2, \dots \text{ dan } \mu > 0 \quad (2.1)$$

Dalam distribusi Poisson, rata-rata dan *varians* adalah bernilai sama dan dapat dituliskan sebagai berikut:

$$E(Y) = Var(Y) = \mu \quad (2.2)$$

2.2. Distribusi *Inverse Gaussian*

Distribusi *Inverse Gaussian* merupakan distribusi kontinyu dengan fungsi kepadatan mirip dengan distribusi gamma tetapi dengan kemencengan lebih besar dan keruncingan tajam. *Inverse Gaussian* mempunyai dua parameter dan fungsi kepadatan peluang yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$f(y) = (2\pi y^3 \sigma)^{-0.5} e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2y\mu^2\sigma^2}}, y > 0 \quad (2.3)$$

Dengan rata-rata dan *varians*

$$E(Y) = \mu \text{ dan } Var(Y) = \sigma^2 \mu^3$$

Dengan σ^2 adalah parameter *disperse*. *Inverse Gaussian* digunakan pada keadaan dengan kemencengan yang ekstrim. Nama *inverse Gaussian* sendiri berasal dari fungsi kumulat yang memiliki hubungan invers dengan fungsi kumulat (logaritma natural dari fungsi MGF) distribusi normal distribusi Gaussian (De Jong dan Heller, 2008).

2.3. Distribusi *PIG*

Distribusi *PIG* merupakan salah satu distribusi *mixed poisson*. Bentuk dari distribusi *mixed poisson* tergantung dari distribusi pada random efek (v).

Misalkan $g(v)$ adalah fungsi kepadatan peluang dari v dan distribusi marjinal untuk Y diperoleh dengan integral v_i :

$$P(Y = y | \mu) = \int f(y | \mu, v) g(v) dv \quad (2.4)$$

Untuk distribusi *PIG*, v pada persamaan (2.4) diasumsikan mengikuti distribusi *inverse Gaussian* dan memiliki fungsi kepadatan peluang yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$g(v) = (2\pi v^3)^{-0.5} e^{-\frac{(v-1)^2}{2\tau v}}, v > 0 \quad (2.5)$$

Dimana

$$\tau = \text{Var}(V), E(V) = 1$$

Pada akhirnya, distribusi PIG dilambangkan dengan $\text{PIG}(\mu, \tau)$ diberikan oleh:

$$P(y | \mu, \tau) = \left(\frac{2z}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\mu^y e^{\frac{1}{\tau}} K_s(z)}{(z\tau)^y y!} \quad (2.6)$$

Dimana

$$s = y - \frac{1}{2} \text{ dan } z = \sqrt{\frac{1}{\tau^2} + \frac{2\mu}{\tau}}$$

$K_s(z) = K_{y-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{\tau}\sqrt{(2\mu\tau+1)}\right)$ adalah fungsi Bessel modifikasi jenis ketiga (Willmott, 1987).

Distribusi PIG ditentukan oleh dua parameter yaitu rata-rata (μ) sebagai parameter lokasi (*location parameter*) dan parameter *disperse* (τ) sebagai parameter bentuk (*shape parameter*).

Berikut adalah pembuktian dari proses *mixed Poisson* dari persamaan (2.4):

$$\begin{aligned} P(Y = y | \mu) &= \int_0^{\infty} f(y | \mu) g(v) dv \\ &= \int_0^{\infty} e^{-v\mu} \frac{(\mu v)^y}{y!} g(v) dv \\ &= \int_0^{\infty} e^{-v\mu} \frac{(\mu v)^y}{y!} (2\pi v^3)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{(v-1)^2}{2\tau v}} dv \\ &= \frac{\mu^y (2\pi\tau)^{-\frac{1}{2}}}{y!} \int_0^{\infty} e^{-v\mu} v^{y-\frac{3}{2}} e^{-\frac{(v^2-2v+1)}{2\tau v}} dv \\ &= \frac{\mu^y (2\pi\tau)^{-\frac{1}{2}}}{y!} \int_0^{\infty} e^{-v\mu} v^{y-\frac{3}{2}} e^{-\frac{v}{2\tau}} e^{\frac{1}{\tau}} e^{-\frac{1}{2\tau v}} dv \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\mu^y (2\pi\tau)^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{1}{\tau}}}{y!} \int_0^\infty e^{-v\mu} v^{y-\frac{3}{2}} e^{-v\left(\frac{\mu+1}{2\tau}\right)-\left(\frac{1}{2\tau}\right)v^{-1}} dv \\
&= \frac{\mu^y (2\pi\tau)^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{1}{\tau}}}{y!} \int_0^\infty e^{-v\mu} v^{y-\frac{3}{2}} e^{-\left(\frac{2\mu\tau+1}{2\tau}\right)v-\left(\frac{1}{2\tau}\right)v^{-1}} dv \quad (2.7)
\end{aligned}$$

Berdasarkan tabel integral oleh Gardshteyn dan Ryzhik (1980) seperti yang disebutkan dalam Shoukri, Asyali, Vandrop, dan Kelton (2004) bahwa:

$$\int_0^\infty e^{-ax^h-bx^{-b}} x^{s-1} dx = \left(\frac{2}{h}\right) \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{s}{2h}} K_{\frac{s}{h}}(2\sqrt{ab})$$

Sehingga,

$$\begin{aligned}
\int_0^\infty e^{-\left(\frac{2\mu\tau+1}{2\tau}\right)v-\left(\frac{1}{2\tau}\right)v^{-1}} v^{y-\frac{3}{2}} dv &= 2 \left(\frac{1}{2\mu\tau+1}\right)^{\frac{y-\frac{1}{2}}{2}} K_{y-\frac{1}{2}}\left(2\sqrt{\left(\frac{2\mu\tau+1}{4\tau^2}\right)}\right) \\
&= 2 \left(\frac{1}{2\mu\tau+1}\right)^{\frac{y-\frac{1}{2}}{2}} K_{y-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{\tau}\sqrt{2\mu\tau+1}\right)
\end{aligned}$$

Kemudian persamaan tersebut disubstitusikan ke persamaan akhir dari persamaan (2.7) maka

$$\begin{aligned}
P(Y = y | \mu) &= \frac{\mu^y (2\pi\tau)^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{1}{\tau}}}{y!} 2(2\mu\tau+1)^{-\left(\frac{y-\frac{1}{2}}{2}\right)} K_{y-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{\tau}\sqrt{2\mu\tau+1}\right) \\
&= \frac{\mu^y e^{\frac{1}{\tau}}}{y!} \left(\frac{2}{\pi\tau}\right)^{\frac{1}{2}} (2\mu\tau+1)^{-\left(\frac{y-\frac{1}{2}}{2}\right)} K_{y-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{\tau}\sqrt{2\mu\tau+1}\right) \\
&= \frac{\mu^y e^{\frac{1}{\tau}}}{y!} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\left(\frac{1}{\tau}\sqrt{2\mu\tau+1}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{\tau}{\tau}\sqrt{2\mu\tau+1}\right)^y} K_{y-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{\tau}\sqrt{2\mu\tau+1}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\mu^y e^{\frac{1}{\tau}}}{y!} \left(\frac{2}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\left(\sqrt{\frac{2\mu\tau+1}{\tau^2}} \right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\tau^y \sqrt{\frac{2\mu\tau+1}{\tau^2}} \right)^y} K_{y-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\tau} \sqrt{2\mu\tau+1} \right) \\
&= \left(\frac{2z}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\mu^y e^{\frac{1}{\tau}} K_s(z)}{(2\tau)^y y!}
\end{aligned}$$

Probabilitas distribusi PIG dapat dihitung sebagai berikut:

$$P(Y = y | \mu) = \frac{\mu^y e^{\frac{1}{\tau}}}{y!} \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} (2\mu\tau + 1)^{-\left(\frac{y-1}{2}\right)} K_{y-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\tau} \sqrt{2\mu\tau+1} \right) \quad (2.8)$$

Dalam Shoukri, dkk (2004), fungsi Bessel memiliki beberapa bagian penting sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
K_{\frac{1}{2}}(a) &= K_{-\frac{1}{2}}(a) = \left(\frac{\pi}{2a} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-a}, \\
K_{\frac{3}{2}}(a) &= \left(1 + \frac{1}{a} \right) K_{\frac{1}{2}}(a).
\end{aligned}$$

Fungsi pembangkit peluang untuk PIG diberikan oleh:

$$P(z) = \sum_{y=0}^n p(y) z^y = \exp \left(\tau^{-1} \left[1 - \left\{ 1 - 2\tau\mu(z-1) \right\}^{\frac{1}{2}} \right] \right) \quad (2.9)$$

Rata-rata untuk distribusi PIG adalah

$$E(Y) = E\{E(Y | \mu v)\} = E(\mu v) = \mu \quad (2.10)$$

Varians untuk distribusi PIG adalah

$$Var(Y) = Var\{E(Y | \mu v)\} + E\{Var(Y | \mu v)\} = \mu + \tau\mu^2 \quad (2.11)$$

Y merupakan sejumlah kejadian pada unit observasi dalam suatu kurun waktu tertentu dan μ adalah rata-rata kejadian tersebut. Sementara τ merupakan parameter overdispersi dan sama dengan $Var(v)$, yang disebabkan karena terdapatnya heterogenitas yang berkaitan dengan unit observasi dengan karakter tertentu (Dean, Lawlwss, dan Willmot, 1989a)

Dengan menggunakan properti-properti pada fungsi Bessel di atas maka fungsi probabilitas dari distribusi Poisson *Inverse* Gasussian (PIG) dapat diperoleh sebagai berikut:

$$P(Y=0) = e^{\frac{1}{\tau}(1-\sqrt{2\mu\tau+1})}$$

$$P(Y=1) = \mu(2\mu\tau+1)^{-\frac{1}{2}} P(Y=0)$$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa

$$P(Y=y) = \frac{2\mu\tau}{2\mu\tau+1} \left(1 - \frac{3}{2y}\right) P(Y-1) + \frac{\mu^2}{(2\mu\tau+1)} \frac{1}{y(y-1)} P(Y-2) \quad (2.12)$$

$$y = 2, 3, \dots$$

Dengan

$$M(y) = (y+1) \frac{p(y+1)}{p(y)}$$

Sehingga

$$\frac{K_{y+\frac{1}{2}}}{K_{y-\frac{1}{2}}} = (1+2\mu\tau)^{\frac{1}{2}} M(y)$$

2.4. Regresi Poisson Inverse Gaussian (PIG)

Model Regresi PIG seperti pada persamaan berikut:

$$Y_i \sim PIG(\mu_i, \tau)$$

$$\mu_i = e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} \text{ atau } \ln(\mu_i) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \quad (2.13)$$

dengan

$$\mathbf{x}_i^T = [1 \quad x_{1i} \quad x_{2i} \quad \dots \quad x_{ki}]$$

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad \dots \quad \beta_k]^T$$

Dimana $i = 1, 2, \dots, n$ menunjukkan nomor observasi.

Dengan fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$P(Y = y | \mathbf{x}_i; \boldsymbol{\beta}; \tau) = \left\{ \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} y_i} e^{\frac{1}{\tau}}}{y_i!} \left(\frac{2}{\pi \tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} \tau + 1 \right)^{-\frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{2}} K_{s_i}(z_i) \right\}$$

2.4.1 Penaksiran Parameter Regresi PIG

Persamaan (2.12) merupakan model regresi PIG dan parameter $\boldsymbol{\beta}$ pada regresi PIG ditaksir dengan metode maximum *likelihood*. Langkahnya adalah dengan menentukan fungsi *likelihood* dari distribusi PIG sebagai berikut:

$$L(\boldsymbol{\beta}; \tau) = \prod_{i=1}^n P(Y = y_i | \mathbf{x}_i; \boldsymbol{\beta}; \tau)$$

$$L(\boldsymbol{\beta}; \tau) = \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} y_i} e^{\frac{1}{\tau}}}{y_i!} \left(\frac{2}{\pi \tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}} \tau + 1 \right)^{-\frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{2}} K_{s_i}(z_i) \right\} \quad (2.14)$$

Fungsi *likelihood* tersebut diubah ke dalam bentuk *ln*, sehingga persamaannya menjadi :

$$l(\boldsymbol{\beta}; \tau) = \ln L(\boldsymbol{\beta}; \tau)$$

$$= \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + \frac{n}{\tau} - \ln \left(\sum_{i=1}^n y_i! \right) + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi} \right) - \frac{n}{2} \ln \tau$$

$$- \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln \left(2\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \tau + 1 \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_{s_i}(z_i) \quad (2.15)$$

Kemudian ditentukan turunan pertama dan turunan kedua terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan τ dari persamaan (2.15)

$$\frac{\partial l}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \frac{\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}} \left(\sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + \frac{n}{\tau} - \ln \left(\sum_{i=1}^n y_i! \right) + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi} \right) - \frac{n}{2} \ln \tau \right)}{\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}} \left(- \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln \left(2\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \tau + 1 \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_{s_i}(z_i) \right)}$$

$$= \sum_{i=1}^n \left\{ \left(y_i - M(y_i) \mu_i \right) \mathbf{x}_i^T \right\} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l}{\partial \tau} &= \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + \frac{n}{\tau} - \ln \left(\sum_{i=1}^n y_i ! \right) + \frac{n}{2} \ln \left(\frac{2}{\pi} \right) - \frac{n}{2} \ln \tau \right)}{\partial \tau} \\
&\quad - \frac{\partial \left(- \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln (2 \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \tau + 1) + \sum_{i=1}^n n K_{s_i} (z_i) \right)}{\partial \tau} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{1}{\tau^2} + \frac{M(y_i)(1 + \tau \mu_i)}{\tau^2} - \frac{y_i}{\tau} \right\} \quad (2.17)
\end{aligned}$$

Selanjutnya menentukan turunan kedua fungsi *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}$ dan τ .

Maka diperoleh turunan kedua fungsi *likelihood* l terhadap $\boldsymbol{\beta}$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial \boldsymbol{\beta}^T \partial \boldsymbol{\beta}} &= \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^n \{ (y_i - M(y_i) \mu_i) \mathbf{x}_i^T \} \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} \\
&= \sum_{i=1}^n \left(0 - \left(\frac{\partial (M(y_i))}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} \mu_i \mathbf{x}_i^T - M(y_i) \frac{\partial (\mu_i \mathbf{x}_i^T)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} \right) \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(0 - \left(\mu_i \mathbf{x}_i^T M(y_i)^2 + \frac{\mu_i \mathbf{x}_i^T}{(2\mu_i \tau + 1)} (1 - \tau M(y_i)(2y_i + 1)) \mu_i \mathbf{x}_i^T - M(y_i) (\mathbf{x}_i^T \mu_i \mathbf{x}_i^T) \right) \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(-\mu_i \mathbf{x}_i \left(\mu_i \mathbf{x}_i^T M(y_i)^2 + \frac{\mu_i \mathbf{x}_i^T}{(2\mu_i \tau + 1)} (1 - \tau M(y_i)) + \mathbf{x}_i^T M(y_i) \right) \right) \quad (2.18)
\end{aligned}$$

Selanjutnya menentukan turunan kedua fungsi *likelihood* l terhadap τ yaitu

dengan menentukan turunan dari $\frac{\partial l}{\partial \boldsymbol{\beta}}$ terhadap τ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \tau} &= \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^n \{ (y_i - M(y_i) \mu_i) \mathbf{x}_i^T \} \right)}{\partial \tau} \\
&= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial (y_i \mathbf{x}_i^T)}{\partial \tau} - \mu_i \mathbf{x}_i^T \frac{\partial (M(y_i))}{\partial \tau} \right)
\end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^n \left(0 - \mu_i \mathbf{x}_i^T \left(M(y_i)^2 + \frac{1}{(2\mu_i\tau + 1)} \left(1 - \frac{(\tau\mu_i + 1)}{\tau^2} - M(y_i)(\mu_i + 2\tau y_i) \right) \right) \right) \quad (2.19)$$

Turunan kedua selanjutnya adalah turunan kedua fungsi *likelihood* l terhadap τ yang diperoleh dengan menentukan turunan dari $\frac{\partial l}{\partial \tau}$ terhadap τ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 l}{\partial \tau^2} &= \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{1}{\tau^2} + \frac{M(y_i)(1 + \tau\mu_i)}{\tau^2} - \frac{y_i}{\tau} \right\} \right)}{\partial \tau} \\ &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{(2 - y_i\tau)}{\tau^3} + \frac{1}{\tau^3} \left\{ \tau \left[\frac{(1 + \tau\mu_i)}{(2\mu_i\tau + 1)} \left(1 - \frac{(\tau\mu_i + 1)}{\tau^2} - M(y_i)(\mu_i + 2\tau y_i) \right) \right] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (1 + \tau\mu_i)M(y_i)^2 + M(y_i)\mu_i \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2M(y_i)(1 + \tau\mu_i) \right] \right] \\ &= \frac{1}{\tau^3} \left\{ \tau \left[\frac{(1 + \tau\mu_i)}{(2\mu_i\tau + 1)} \left(1 - \frac{(\tau\mu_i + 1)}{\tau^2} - M(y_i)(\mu_i + 2\tau y_i) \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + (1 + \tau\mu_i)M(y_i)^2 + M(y_i)\mu_i \right. \\ &\quad \left. - 2M(y_i)(1 + \tau\mu_i) + (2 - y_i\tau) \right\} \quad (2.20) \end{aligned}$$

Dari hasil pada turunan di atas diperoleh persamaan yang eksplisit maka untuk menyelesaikan persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan Iterasi Newton Raphson. Apabila persamaan di atas persamaan implisit dan non linear dalam parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan τ sehingga untuk mendapatkan taksiran dari parameter $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\beta}^T \ \tau]$, fungsi dimaksimumkan dengan menggunakan Iterasi Newton Raphson, dengan persamaan sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)} - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}) \mathbf{D}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)})$$

Dimana

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\boldsymbol{\beta}}^T, \hat{\tau})$$

$$\mathbf{D}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \left(\frac{\partial l}{\partial \tau}, \frac{\partial l}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} \right)^T \quad (2.21)$$

$$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)})_{(k+1)(k+1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 l}{\partial \tau^2} & \frac{\partial^2 l}{\partial \tau \partial \boldsymbol{\beta}} \\ \frac{\partial^2 l}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \tau} & \frac{\partial^2 l}{\partial \boldsymbol{\beta}^T \partial \boldsymbol{\beta}} \end{bmatrix}_{\theta=\theta_{(m)}} \quad (2.22)$$

Matriks Hessian merupakan matriks yang berisi turunan kedua dari fungsi likelihood terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan τ . Adapun langkah-langkah Iterasi Newton Raphson sebagai berikut:

1. Menentukan vektor awal parameter $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$ dengan mengasumsikan data memenuhi model regresi linier berganda:
2. Membentuk vektor gradien $\mathbf{D}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ dengan mensubstitusikan persamaan (2.16) dan (2.17) ke dalam persamaan $\mathbf{D}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$
3. Membentuk matriks hessian $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)})$ dengan mensubstitusikan persamaan (2.18) , (2.19), dan (2.20).
4. Memasukkan nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)}$ sehingga diperoleh vektor gradien $\mathbf{D}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)})$ dan matriks hessian $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)})$
5. Mulai dari $m = 0$ dilakukan iterasi pada persamaan $\mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)})$, nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen saat iterasi ke- m .
6. Jika belum diperoleh penaksiran parameter yang konvergen saat iterasi ke- m , maka dilanjutkan kembali ke langkah 6 hingga iterasi ke- $m + 1$. Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}\| \leq \varepsilon$ dan $\varepsilon > 0$ adalah bilangan yang sangat kecil.

2.4.2. Pengujian Parameter

Pengujian parameter pada model GWPIGR dilakukan dengan menggunakan metode MLRT meliputi pengujian hipotesis secara serentak pada parameter $\boldsymbol{\beta}$ serta pengujian parsial parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan τ .

2.4.2.1 Uji secara serentak.

Parameter yang diuji pada pengujian ini mencakup seluruh parameter β secara bersama-sama dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_l \neq 0 \text{ dengan } l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan adalah ukuran statistik *likelihood ratio* yang dibentuk dengan menentukan himpunan parameter di bawah populasi (Ω) yaitu $\Omega = (\beta, \tau)$ dan himpunan parameter di bawah H_0 benar (ω) yaitu $\omega = (\beta_{\omega 0}, \tau_{\omega})$. Pada himpunan parameter di bawah populasi, dibentuk fungsi *likelihood* untuk model penuh (*saturated*) yang melibatkan seluruh variabel prediktor $L(\Omega)$. Sedangkan pada himpunan parameter di bawah H_0 benar, dibentuk fungsi *likelihood* untuk model yang tidak melibatkan variabel prediktor $L(\omega)$. Kedua fungsi tersebut adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L(\Omega) &= \prod_{i=1}^n P(Y = y_i | \mathbf{x}_i; \beta, \tau) \\ &= \prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}}}{y_i!} \left(\frac{2}{\pi \hat{\tau}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}} + 1 \right)^{-\frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{2}} K_{si}(z_i) \right) \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} L(\omega) &= \prod_{i=1}^n P(Y = y_i | \beta_0, \tau) \\ &= \prod_{i=1}^n \left(\frac{\left(e^{\hat{\beta}_0} \right)^{y_i}}{y_i!} \left(\frac{2}{\pi \hat{\tau}_{\omega}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(2 \left(e^{\hat{\beta}_0} \right) \hat{\tau}_{\omega} + 1 \right)^{-\frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{2}} K_{si}(z_i) \right) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Kedua fungsi *likelihood* tersebut dibandingkan dalam bentuk devians berikut:

$$G = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) = 2 \left(\ln \left(L(\hat{\Omega}) \right) - \ln \left(L(\hat{\omega}) \right) \right) \quad (2.25)$$

Nilai $L(\hat{\omega})$ dan $L(\hat{\Omega})$ merupakan nilai maximum *likelihood* untuk masing-masing model dimana $\hat{\beta}$ dan $\hat{\tau}$ merupakan hasil penaksiran pada subbab 2.5. Statistik G adalah pendekatan dari distribusi *chi square* dengan derajat bebas v sehingga kriteria pengujianya adalah tolak H_0 apabila $G_{hit} > \chi^2_{(\alpha, v)}$ dimana v adalah derajat bebas yang diperoleh dari jumlah parameter di bawah populasi dikurangi jumlah parameter di bawah H_0 .

2.4.2.2 Uji secara parsial

Apabila H_0 ditolak pada pengujian serentak maka selanjutnya dilakukan pengujian hipotesis secara parsial.

Hipotesis untuk menguji signifikansi parameter β :

$$H_0 : \beta_l = 0$$

$$H_1 : \beta_l \neq 0 \text{ dengan } l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan dalam pengujian signifikansi parameter β adalah sebagai berikut:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_l}{SE(\hat{\beta}_l)} \quad (2.26)$$

Kriteria uji tolak H_0 apabila $|Z_{hit}|$ lebih besar dari nilai $Z_{\alpha/2}$ dimana α tingkat signifikansi yang digunakan. $(SE(\hat{\beta}_l))^2$ merupakan elemen diagonal diperoleh dari elemen diagonal utama ke- $(m + 2)$ dari matriks *varians* dan *covarians* yang diperoleh dari persamaan:

$$\text{cov}(\hat{\theta}) = -(\mathbf{H}^{-1}(\hat{\theta}))$$

Pengujian parameter τ

Hipotesis untuk menguji signifikansi parameter τ

$$H_0 : \tau = 0$$

$$H_1 : \tau \neq 0$$

Statistik uji yang digunakan:

$$Z = \frac{\hat{\tau}}{SE(\hat{\tau})} \quad (2.27)$$

Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 apabila $|Z_{hit}|$ lebih besar dari nilai $Z_{\alpha/2}$ dimana α adalah tingkat signifikansi yang digunakan.

2.5. Geographically Weighted Regression

Model *Geographically Weighted Regression* (GWR) merupakan pengembangan dari model regresi global. Model ini merupakan model regresi linier lokal (*local linier regression*) yang menghasilkan penaksir parameter model yang bersifat lokal untuk setiap titik atau lokasi dimana data tersebut dikumpulkan. Dalam model GWR, variabel dependen y yang merupakan variabel random kontinu diprediksi dengan variabel independen yang masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi dimana data tersebut diamati. Model GWR dapat ditulis sebagai berikut (Fotheringham, 2002):

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i) x_{ik} + \varepsilon_i; i = 1, 2, \dots, n \quad (2.28)$$

Dengan

y_i adalah nilai observasi variabel respon ke- i

x_{ik} adalah nilai observasi variabel prediktor k pada pengamatan ke- i

$\beta_0(u_i, v_i)$ adalah nilai *intercept* model GWR pada lokasi i

$\beta_k(u_i, v_i)$ adalah koefisien model GWR pada lokasi i

(u_i, v_i) adalah koordinat (lintang, bujur) pada lokasi i

$\varepsilon_i \sim iid N(0, \sigma^2)$

2.6. Efek Spasial

Analisis spasial dilakukan jika data yang digunakan memenuhi aspek spasial yaitu memiliki sifat *error* yang saling berkorelasi atau memiliki heterogenitas spasial (Anselin, 1988).

2.6.1 Pengujian dependensi Spasial

Pengujian dependensi spasial dilakukan untuk melihat apakah pengamatan disuatu lokasi berpengaruh terhadap pengamatan dilokasi lain yang letaknya berdekatan. Salah satu statistik umum yang digunakan dalam autokorelasi spasial adalah statistic Morans'I. Indeks Morans'I (Morans'I) adalah ukuran dari korelasi (hubungan) antara pengamatan yang saling berdekatan. Statistika ini membandingkan nilai pengamatan disuatu daerah dengan nilai pengamatan di daerah lainnya. Menurut Lee dan Wong (2011) Morans'I dapat diukur dengan menggunakan persamaan:

$$I = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}} \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.29)$$

Dimana

n : banyaknya pengamatan

\bar{y} : nilai rata-rata dari y_i dari n lokasi

y_i : nilai pengamatan pada lokasi ke- i

y_j : nilai pengamatan pada lokasi ke- j

w_{ij} : elemen matrik pembobot spasial

Nilai I sama dengan koefisien korelasi yaitu diantara -1 sampai dengan 1 . Nilai yang tinggi mengartikan bahwa korelasinya tinggi, sedangkan 0 mengartikan bahwa tidak adanya autokorelasi. Pengujian dependensi spasial dapat dilakukan dengan Morans'I, dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0: I = 0$ (tidak ada dependensi spasial)

$H_1: I \neq 0$ (terdapat dependensi spasial)

Statistik uji Morans'I adalah:

$$Z_I = \frac{I - E(I)}{\sqrt{Var(I)}} \quad (2.30)$$

Dimana

$$E(I) = \frac{-1}{(n-1)}$$

I : indeks Moran

Z_I : nilai statistik uji indeks Moran

$E(I)$: nilai harapan dari indeks Moran

$Var(I)$: simpangan baku dari indeks Moran

Kriteria penolakan: tolak H_0 jika $|Z_{Ihit}| > Z_{\alpha/2}$

2.6.2 Pengujian Heterogenitas Spasial

Perbedaan karakteristik antara satu titik pengamatan dengan titik pengamatan lainnya menyebabkan adanya heterogenitas spasial. Untuk mengetahui adanya heterogenitas spasial pada data dapat dilakukan pengujian *Breush-Pagan* (Anselin, 1988). Hipotesis yang digunakan adalah:

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$ (varians antar lokasi sama)

H_1 : minimal ada satu $\sigma_1^2 \neq \sigma^2$ (varians antar lokasi berbeda)

Statistik uji *Breush-Pagan* adalah

$$BP = \left(\frac{1}{2} \right) \mathbf{f}^T \mathbf{Z} (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{f} \sim \chi^2_{(p)} \quad (2.31)$$

Dengan $e_i = y_j - \bar{y}$

$\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ dengan $f_i = \frac{e_i^2}{\bar{e}^2} - 1$

e_i^2 : kuadrat sisaan untuk pengamatan ke- i

\mathbf{Z} : matriks berukuran $n \times (p + 1)$ yang berisi vektor yang sudah distandardisasi (z) untuk setiap pengamatan

σ^2 : varians dari y

Kriteria penolakan: tolak H_0 ditolak jika nilai $BP > \chi^2_{(\alpha, p)}$.

2.6.3 Matrik Pembobot

Matrik pembobot dapat dibedakan menurut tipe data spasial, yaitu tipe titik dan tipe area. Tipe data area menggunakan konsep garis tepi dan persekitaran dimana untuk masing-masing area dinyatakan berdasarkan lokasi dan pembobot pengukurannya. Sedangkan tipe data titik digunakan ketika

variabel penting yang dianalisis adalah lokasi dari suatu kejadian. Pada data geostatistik, data dianalisis dengan pendekatan parametrik menggunakan variogram, kriging, dan cokriging. sedangkan pendekatan non parametrik digunakan pada data pola titik dengan menggunakan fungsi kernel.

Pada jenis data titik, pembobot untuk setiap lokasi ke-I pada koordinat (u_i, v_i) dinyatakan dengan $\mathbf{W}(u_i, v_i)$, sehingga bobot lokasi j pada lokasi i dinyatakan dengan $w_j(u_i, v_i)$, dengan $i = j = 1, 2, \dots, n$ dan n adalah jumlah lokasi. Lokasi suatu titik (u_i, v_i) akan lebih dipengaruhi oleh titik-titik yang dekat dengan lokasi (u_i, v_i) dari pada titik-titik yang lebih jauh (Fotheringham, dkk, 2002). Beberapa jenis pembobot fungsi kernel diantaranya:

a. Fungsi Kernel Gaussian

$$w_{ij} = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right) \quad (2.32)$$

Fungsi tersebut memberikan pembobot yang semakin menurun mengikuti fungsi Gaussian ketika d_{ij} semakin besar. Matriks pembobot di lokasi i dapat ditulis pada persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{(u_i, v_i)} &= \text{diag}\left[w_1(u_i, v_i), w_2(u_i, v_i), \dots, w_n(u_i, v_i)\right] \\ &= \text{diag} \exp\left[\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{i1}}{h}\right)^2\right), \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{i2}}{h}\right)^2\right), \dots, \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{in}}{h}\right)^2\right)\right] \end{aligned} \quad (2.33)$$

b. Adaptive Bisquare Kernel

$$w_{ij} = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h_i}\right)^2\right)^2 & \text{untuk } d_{ij} \leq h_i \\ 0 & \text{untuk } d_{ij} > h_i \end{cases} \quad (2.34)$$

Dengan d_{ij} merupakan jarak Euclidean dan h_i adalah nilai *bandwith*. Bandwith merupakan *boundary* (luasan) dengan radius h dari titik pusat lokasi, dimana digunakan sebagai dasar menentukan bobot setiap pengamatan.

Pemilihan nilai *bandwith* ini sangat penting dalam pemodelan untuk mendapatkan ketepatan model.

c. Bisquare

$$w_{ij} = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{d_{ij}}{h}\right)^2\right)^2 & \text{untuk } d_{ij} \leq h \\ 0 & \text{untuk } d_{ij} > h \end{cases} \quad (2.35)$$

Fungsi tersebut memberikan pembobot nol ketika lokasi j berada di luar radius h . sementara itu, lokasi j berada di luar radius h maka diberi pembobot yang mengikuti fungsi *bisquare*.

d. Adaptive Gaussian

$$w_{ij} = \exp\left(-\frac{d_{ij}^2}{h_i^2}\right) \quad (2.36)$$

Jarak *Euclidean* (d_{ij}) antara lokasi ke- i dan lokasi ke- j dengan menggunakan persamaan:

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \quad (2.37)$$

Pemilihan *bandwith* optimum menjadi sangat penting karena akan mempengaruhi ketepatan model terhadap data, yaitu mengatur *varians* dan bias dari model. Secara praktik adalah tidak mungkin meminimumkan nilai *varians* dan bias secara bersamaan, karena hubungan antara *varians* dan bias berbanding terbalik. Oleh karena itu digunakan metode *Cross Validation* (CV) yang diefinisikan sebagai berikut:

$$CV(h) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{\neq i}(h))^2 \quad (2.38)$$

dimana

y_i = nilai pengamatan variabel respon ke- i

$\hat{y}_{\neq i}(h)$ = nilai dugaan y_i tanpa pengamatan pada titik ke- i
 h = *bandwidth*

2.7. Multikolinieritas

Istilah multikolinearitas (kolinearitas ganda) pertama kali ditemukan oleh Ragnar Frisch, yang berarti adanya hubungan linear yang sempurna atau pasti di antara beberapa atau semua variabel penjelas (bebas) dari model regresi ganda. Selanjutnya, istilah multikolinearitas digunakan dalam arti yang lebih luas, yaitu untuk terjadinya korelasi linear yang tinggi di antara variabel-variabel penjelas (X_1, X_2, \dots, X_p) (Setiawan dan Dewi, 2010).

Salah satu cara untuk mendeteksi terjadinya multikolinearitas adalah dengan melihat nilai *Variance Inflation Factor* (VIF), yaitu nilai yang menggambarkan kenaikan varians dari dugaan parameter antar variabel prediktor, dan dirumuskan dalam persamaan sebagai berikut:

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad (2.39)$$

Dimana R_j^2 adalah koefisien determinasi antara x_j dengan variabel prediktor lainnya. Apabila nilai *VIF* lebih dari 10 maka dapat dikatakan terjadi multikolinearitas. Dan bila nilai *VIF* kurang dari 10 maka dapat dikatakan tidak terjadi multikolinearitas dan pemodelan regresi dapat dilanjutkan.

2.8. Jumlah Kasus Baru HIV dan Faktor-faktor yang Mempengaruhi

HIV dan AIDS adalah dua hal yang sering dianggap sama, padahal keduanya berbeda. HIV (*Human Immunodeficiency Virus*) adalah sejenis virus yang menyerang sel darah putih yang menyebabkan turunnya kekebalan tubuh manusia. Virus ini menyerang limfosit CD4 yaitu sistem kekebalan tubuh. Sehingga orang yang terkena virus ini menjadi rentan terhadap beragam infeksi atau juga mudah terkena tumor (WHO, 2007 dan Depkes RI, 2008). Sedangkan AIDS (*Aquired Immunodeficiency Syndrome*) merupakan kumpulan gejala penyakit yang timbul akibat menurunnya sistem kekebalan

tubuh yang disebabkan oleh virus HIV (WHO, 2007), ditemukan dalam tubuh terutama darah, cairan sperma, cairan vagina, air susu ibu (Depkes RI, 2014).

Kasus HIV diperoleh dari laporan klinik *Voluntary Counseling and Testing* (VCT) di masing-masing Unit Pelayanan Kesehatan (UPK) baik itu di rumah sakit maupun puskesmas. VCT merupakan pintu masuk penting untuk pencegahan dan perawatan HIV bagi mereka yang merasa beresiko tertular HIV dan dilakukan secara sukarela. Pemeriksaan dini ini ditujukan untuk memotong penyebaran penyakit HIV/ AIDS. Perkembangan kasus HIV di Propinsi Jawa Timur dari tahun 2009 sampai tahun 2013 menunjukkan kecenderungan yang meningkat, sementara kasus AIDS dan kematian yang disebabkan AIDS menunjukkan kecenderungan menurun. Deteksi terhadap kasus HIV dapat mencegah penyebaran virus ini dan mencegah perkembangannya menjadi AIDS yang dapat menyebabkan kematian.

Jumlah kasus baru HIV dengan jumlah kasus HIV dalam satu waktu merupakan dua hal yang berbeda. Jumlah kasus baru HIV adalah jumlah orang yang baru diketahui terinfeksi virus HIV. Sedangkan jumlah kasus HIV adalah jumlah kasus kumulatif HIV dari beberapa tahun sebelumnya. Jumlah kasus baru HIV di propinsi Jawa Timur pada tahun 2013 mengalami peningkatan yaitu mencapai 4.661 kasus jika dibandingkan dengan tahun 2012 sebanyak 3.698 kasus.

Pada tahun 2013, kasus HIV di propinsi Jawa Timur didominasi kelompok umur seksual aktif yakni kelompok umur 25-29 tahun dengan 2.149 kasus dan kelompok umur 30-34 tahun sebanyak 1.940 kasus. Selain itu penularan HIV pada kelompok orang dewasa terjadi melalui hubungan heteroseksual antara orang yang terinfeksi HIV dengan orang yang terinfeksi HIV dengan orang yang belum terinfeksi sehingga penggunaan kondom setiap melakukan hubungan seks dapat meminimalisir penyebaran virus HIV.

Berbagai upaya dilakukan pemerintah dalam rangka menghambat penyebaran kasus HIV, diantaranya dengan meningkatkan kualitas pelayanan kesehatan melalui penambahan fasilitas kesehatan dan tenaga kesehatan. Ketersediaan tenaga kesehatan yang terlatih dan jumlah yang memadai diharapkan mampu mengidentifikasi kasus HIV lebih cepat dan mendapatkan

pelayanan kesehatan yang baik sehingga kegiatan preventif dapat lebih cepat dilakukan.

Status sosial ekonomi seseorang dapat mempengaruhi kemungkinan seseorang terjangkit virus HIV. Status sosial ekonomi menjadi faktor kunci dalam menentukan kualitas hidup bagi individu setelah mereka terkena virus dan mereka dengan sumber daya yang lebih rendah cenderung mengalami ketertinggalan dengan pengobatan yang terbatas.

Pengetahuan mengenai HIV dan cara-cara pencegahannya meningkat seiring meningkatnya tingkat pendidikan seseorang. Seseorang dengan tingkat pendidikan SMA ke atas cenderung lebih banyak tahu tentang HIV dan cara-cara pencegahannya.

2.10 Hasil Penelitian Terkait HIV

Terdapat banyak penelitian baik dalam negeri maupun luar negeri mengenai HIV dan faktor-faktor yang mempengaruhinya. Zanakis, Alvarez, dan Li (2007) melakukan penelitian mengenai pengaruh aspek sosial dan ekonomi terhadap epidemik HIV/ AIDS pada negara-negara di dunia. Penelitian tersebut menyimpulkan bahwa Negara dengan kepadatan penduduk lebih rendah yang menyediakan pelayanan kesehatan lebih baik dan nilai PDB yang lebih besar merupakan Negara-negara dengan epidemik dan resiko HIV/ AIDS lebih rendah. Selain itu, Olewe, Wayung, dan Makau (2008) melakukan penelitian mengenai karakteristik klien-klien yang memeriksakan diri ke klinik VCT di Nairobi, Kenya. Hasil penelitian menunjukkan bahwa sebagian besar dari mereka berusia 20-34 tahun dan mempunyai pendidikan SMP ke atas. Penelitian lainnya tentang HIV adalah penelitian dari Owusu (2011) yang memodelkan pengaruh faktor demografi seperti umur dan jenis kelamin terhadap jumlah kasus HIV di sebuah rumah sakit di Ghana dengan menggunakan regresi Poisson serta regresi binomial negatif dan menghasilkan kesimpulan bahwa umur dan jenis kelamin berpengaruh terhadap jumlah penderita HIV.

Penelitian lain yang mengaitkan status sosial ekonomi dengan HIV adalah penelitian Ogunmola, Oladosu, dan Olamoyegun (2014). Faktor-faktor

yang dikaitkan diantaranya adalah status pekerjaan, tingkat pendidikan, pendapatan per bulan, dan status perkawinan dengan resiko HIV di Nigeria. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa prevalensi infeksi HIV terkonsentrasi pada mereka dengan pendidikan SMP ke bawah dan pendapatan rendah.

Penelitian dalam negeri tentang HIV/ AIDS diantaranya dilakukan oleh Ratnasari dan Purhadi (2013) yang berkaitan dengan faktor-faktor yang mempengaruhi HIV dan AIDS di Propinsi Jawa Timur menggunakan model regresi Bivariate Poisson. Penelitian tersebut menghasilkan bahwa persentase penduduk kelompok umur 25-29 tahun, persentase daerah berstatus desa dan persentase penduduk miskin merupakan faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah HIV dan AIDS di Propinsi Jawa Timur.

Penelitian mengenai karakteristik social demografi dari para penderita HIV/ AIDS di klinik VCT juga pernah dilakukan di Indonesia. Salah satunya adalah penelitian oleh Susila (2013) di klinik VCT RSUD Sanjiwani Gianyar Bali dan menghasilkan penelitian bahwa sebagian besar Orang dengan HIV/ AIDS (ODHA) di klinik tersebut berada pada usia produktif yaitu kelompok umur 20-44 tahun dengan pendidikan SMA ke atas. Gambaran yang sama juga terjadi pada hasil penelitian Hutapea, Sarumpaet, dan Rasmaliah (2013) di klinik VCT yang berbeda yaitu di klinik VCT RSUD HKBP balige Sumatera Utara, dimana sebagian besar ODHA berpendidikan SMA ke atas.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data dan Variabel Penelitian

Penelitian ini menggunakan data sekunder tentang jumlah kasus baru HIV dan faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kasus baru HIV. Data diambil dari Profil Kesehatan Propinsi Jawa Timur yang dikeluarkan dinas Kesehatan Propinsi Jawa Timur dan Publikasi hasil Survey Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) yang dikeluarkan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) Propinsi Jawa Timur. Data tersebut merupakan data pada tahun 2013 dengan unit pengamatan yang diambil pada tingkat Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur dengan 38 Kabupaten/ Kota.

Variabel penelitian yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari dua yaitu variabel respon (Y) dan tujuh variabel prediktor (X).

Di bawah ini merupakan uraian dari masing-masing variabel:

Y = Jumlah Kasus baru HIV di propinsi Jawa Timur tahun 2013

X_1 = persentase penduduk miskin di Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur tahun 2013

X_2 = persentase penduduk dengan pendidikan tertinggi SMA ke atas di Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur tahun 2013

X_3 = persentase pasangan usia subur yang sedang menggunakan alat KB kondom di Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur tahun 2013

X_4 = Rasio jumlah tenaga kesehatan per 100.000 penduduk di Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur tahun 2013

X_5 = Rasio jumlah fasilitas kesehatan per 100.000 penduduk di Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur tahun 2013

X_6 = persentase daerah perkotaan di Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur tahun 2013

X_7 = persentase penduduk usia 25-34 tahun di Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur 2013.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian, Definisi Operasional, dan Tipe Data

Variabel	Definisi Operasional	Tipe Data
Jumlah kasus baru HIV (Y)	Jumlah kasus baru HIV di tiap kabupaten/ kota di Propinsi Jawa Timur 2013	<i>Count</i>
Persentase penduduk miskin (X_1)	Perbandingan antara jumlah penduduk dengan pengeluaran perkapita di bawah garis kemiskinan (GK) terhadap jumlah total penduduk dikalikan 100 di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur tahun 2013	Kontinyu
Persentase penduduk dengan pendidikan tertinggi SMA ke atas (X_2)	Perbandingan antara jumlah penduduk usia 10 tahun ke atas dengan pendidikan tertinggi SMA ke atas terhadap jumlah total penduduk usia 10 tahun ke atas dikalikan 100 di tiap kabupaten/ kota di propinsi Jawa Timur tahun 2013	Kontinyu
Persentase pasangan usia subur yang sedang menggunakan alat KB kondom (X_3)	Perbandingan antara jumlah pasangan usia subur yang sedang menggunakan alat KB kondom terhadap jumlah total pasangan usia subur dikalikan 100 di tiap kabupaten/ kota di propinsi Jawa Timur tahun 2013	Kontinyu
Rasio jumlah tenaga kesehatan per 100.000 penduduk (X_4)	Perbandingan jumlah tenaga kesehatan terhadap jumlah penduduk dikalikan 100.000 di tiap kabupaten/ kota di propinsi Jawa Timur	Kontinyu
Rasio jumlah fasilitas kesehatan per 100.000 penduduk (X_5)	Perbandingan jumlah fasilitas kesehatan terhadap jumlah penduduk dikalikan 100.000 di tiap kabupaten/ kota di Propinsi Jawa Timur tahun 2013	Kontinyu

Tabel 3.1 (Lanjutan)

Variabel	Definisi Operasional	Tipe Data
persentase daerah perkotaan (X_6)	Perbandingan jumlah desa/ kelurahan yang berstatus daerah perkotaan terhadap jumlah total desa/ kelurahan dikalikan 100 di tiap kabupaten/ kota di Propinsi Jawa Timur tahun 2013	Kontinyu
persentase penduduk usia 25-34 tahun (X_7)	Perbandingan jumlah penduduk usia 25-34 tahun terhadap jumlah penduduk total dikalikan 100 di kabupaten/ kota di Propinsi Jawa Timur tahun 2013	Kontinyu

Sumber: Profil kesehatan Propinsi Jawa Timur tahun 2013 dan Publikasi Hasil Survey Sosial Ekonomi Nasional Propinsi Jawa Timur tahun 2013.

Dengan struktur data untuk penelitian ini ditunjukkan pada Tabel 3.2

Tabel 3.2 Struktur Data dalam Penelitian

Wilayah	Koordinat		Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
	u	v								
1	u_1	v_1	y_1	$x_{1.1}$	$x_{2.1}$	$x_{3.1}$	$x_{4.1}$	$x_{5.1}$	$x_{6.1}$	$x_{7.1}$
2	u_2	v_2	y_2	$x_{1.2}$	$x_{2.2}$	$x_{3.2}$	$x_{4.2}$	$x_{5.2}$	$x_{6.2}$	$x_{7.2}$
3	u_3	v_3	y_3	$x_{1.3}$	$x_{2.3}$	$x_{3.3}$	$x_{4.3}$	$x_{5.3}$	$x_{6.3}$	$x_{7.3}$
4	u_4	v_4	y_4	$x_{1.4}$	$x_{2.4}$	$x_{3.4}$	$x_{4.4}$	$x_{5.4}$	$x_{6.4}$	$x_{7.4}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
38	u_{38}	v_{38}	y_{38}	$x_{1.38}$	$x_{2.38}$	$x_{3.38}$	$x_{4.38}$	$x_{5.38}$	$x_{6.38}$	$x_{7.38}$

Keterangan:

u = Bujur timur

v = Lintang selatan

3.2 Langkah-langkah Penelitian

Dalam mencapai tujuan penelitian, maka perlu dilakukan analisis yang tepat. Berikut adalah langkah-langkah dalam analisis data untuk setiap tujuan.

1. Langkah-langkah untuk mendapatkan taksiran parameter model GWPIGR:

a. Menentukan fungsi kepadatan peluang dari model GWPIGR

b. Menentukan fungsi *likelihood* pada model GWPIGR

$$L(\beta(u_i, v_i); \tau) = \prod_{i=1}^n P(Y = y_i | x_i; \beta(u_i, v_i); \tau)$$

c. Menentukan logaritma natural dari fungsi *likelihood*

$$Q = \ln L(\beta(u_i, v_i); \tau)$$

$$= \ln \left(\prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)^{y_i}} e^{\frac{1}{\tau}}}{y_i!} \left(\frac{2}{\pi \tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{(y_i - \frac{1}{2})}{2}} K_{si}(z_i) \right) \right)$$

d. Memberikan pembobot geografis pada fungsi *ln likelihood*

$$Q^* = \ln \left(\prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)^{y_i}} e^{\frac{1}{\tau}}}{y_i!} \left(\frac{2}{\pi \tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{(y_i - \frac{1}{2})}{2}} K_{si}(z_i) \right) \right) w_{ij}$$

e. Mencari turunan parsial pertama dari fungsi logaritma natural

$$\frac{\partial l}{\partial \beta(u_i, v_i)} \text{ dan } \frac{\partial l}{\partial \tau}$$

f. Mencari turunan parsial kedua dari fungsi logaritma natural

$$\frac{\partial^2 l}{\partial \beta(u_i, v_i)^T \partial \beta(u_i, v_i)}, \frac{\partial^2 l}{\partial \beta(u_i, v_i) \partial \tau}, \text{ dan } \frac{\partial^2 l}{\partial \tau^2}$$

g. Mencari taksiran $\beta(u_i, v_i)$ dan τ

Jika pada langkah sebelumnya dihasilkan persamaan yang tidak *close form* maka untuk mendapatkan penaksir parameter fungsi dimaksimumkan dengan Iterasi Newton Raphson.

2. Pengujian Hipotesis pada model GWPIGR

a. Pengujian kesamaan model GWPIGR dengan model regresi PIG

1. Hipotesis pengujian kesamaan:

$$H_0 : \beta_l(u_i, v_i) = \beta_l; i = 1, 2, \dots, n; l = 0, 1, 2, \dots, k$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_{ji}(u_i, v_i) \neq \beta_{ji}; \text{dimana } j = 1, 2, \dots, k; i = 1, 2, \dots, n$$

2. Menentukan Statistik Uji

$$F_{hitung} = \frac{D(\hat{\theta})/df_1}{D(\hat{\theta}(u_j, v_j))/df_2}$$

$D(\hat{\theta})$ menyatakan nilai devians dari model regresi PIG dengan derajat bebas df_1 dan $D(\hat{\theta}(u_j, v_j))$ menyatakan nilai devians dari model regresi GWPIG dengan derajat bebas df_2 (Fotheringham, dkk, 2002).

3. Menentukan daerah penolakan H_0

Tolak H_0 apabila $F_{hit} > F_{(\alpha, df_1, df_2)}$ dimana α adalah tingkat signifikansi yang digunakan.

b. Pengujian serentak parameter β

1. Menentukan hipotesis

$$H_0 : \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \dots = \beta_k(u_i, v_i) = 0; i = 1, 2, \dots, n$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_l(u_i, v_i) \neq 0 \text{ dengan } l = 1, 2, \dots, k$$

2. Membuat himpunan parameter dibawah populasi

$$\Omega = \{\beta(u_i, v_i), \tau; i = 1, 2, \dots, n\}$$

3. Membuat fungsi *likelihood* di bawah populasi

$$L(\Omega) = \prod_{i=1}^n P(Y = y_i | \mathbf{x}_i; \beta(u_i, v_i), \tau)$$

$$L(\hat{\Omega}) = \max_{\Omega} (L(\Omega))$$

4. Membuat himpunan parameter dibawah H_0 benar ω

$$\omega = \{\beta_{\omega 0}(u_i, v_i), \tau_{\omega} | -\infty < \beta_{\omega 0}(u_i, v_i) < \infty\}$$

5. Membuat fungsi *likelihood* dibawah H_0 benar ($L(\omega)$)

$$L(\omega) = \prod_{i=1}^n P(Y = y_i | \beta_{\omega 0}(u_i, v_i), \tau_{\omega})$$

$$L(\hat{\omega}) = \max_{\omega} (L(\omega))$$

6. Menentukan statistik uji dengan metode *maximum likelihood ratio test* (MLRT)

$$\begin{aligned} G &= -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right) \\ &= 2 \left(\ln(L(\hat{\Omega})) - \ln(L(\hat{\omega})) \right) \end{aligned}$$

7. Menentukan kriteria penolakan H_0

Kriteria tolak H_0 apabila $G_{hit} > \chi^2_{(\alpha, v)}$ dimana v adalah derajat bebas yang diperoleh dari jumlah parameter di bawah populasi dikurangi jumlah parameter di bawah H_0 .

- c. Pengujian secara parsial parameter β

1. Hipotesis untuk menguji signifikansi parameter β

$$H_0: \beta_l(u_i, v_i) = 0$$

$$H_1: \beta_l(u_i, v_i) \neq 0, \text{ dengan } l = 1, 2, \dots, k$$

2. Menentukan statistik uji

$$Z = \frac{\hat{\beta}_l}{SE(\hat{\beta}_l)}$$

3. Menentukan daerah penolakan H_0

Tolak H_0 apabila $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$ dimana α adalah tingkat signifikansi yang digunakan.

- d. Pengujian hipotesis parameter τ

1. Hipotesis untuk menguji signifikansi parameter τ

$$H_0: \tau = 0$$

$$H_1: \tau \neq 0$$

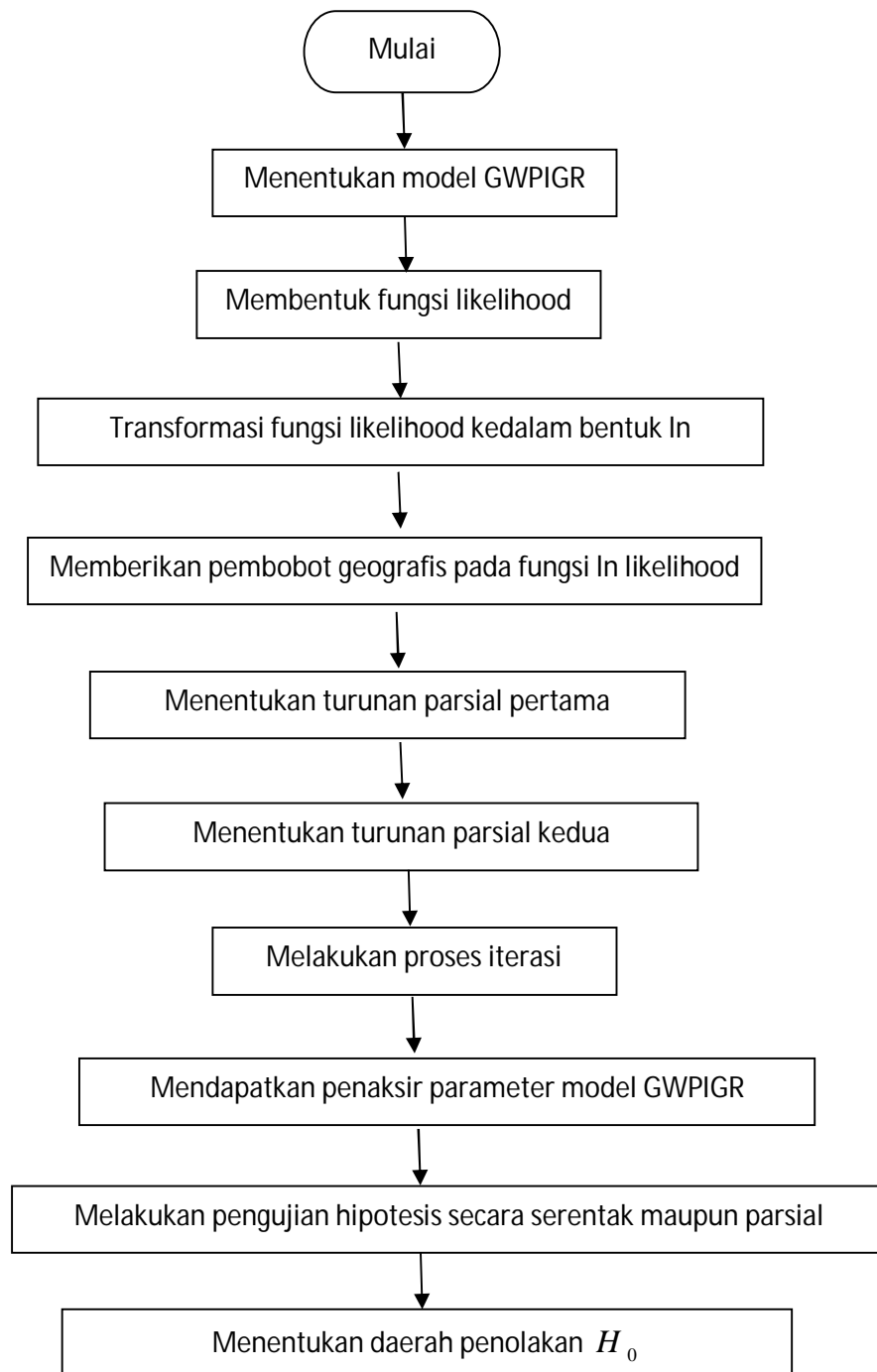
2. Menentukan statistik uji

$$Z = \frac{\hat{\tau}}{SE(\hat{\tau})}$$

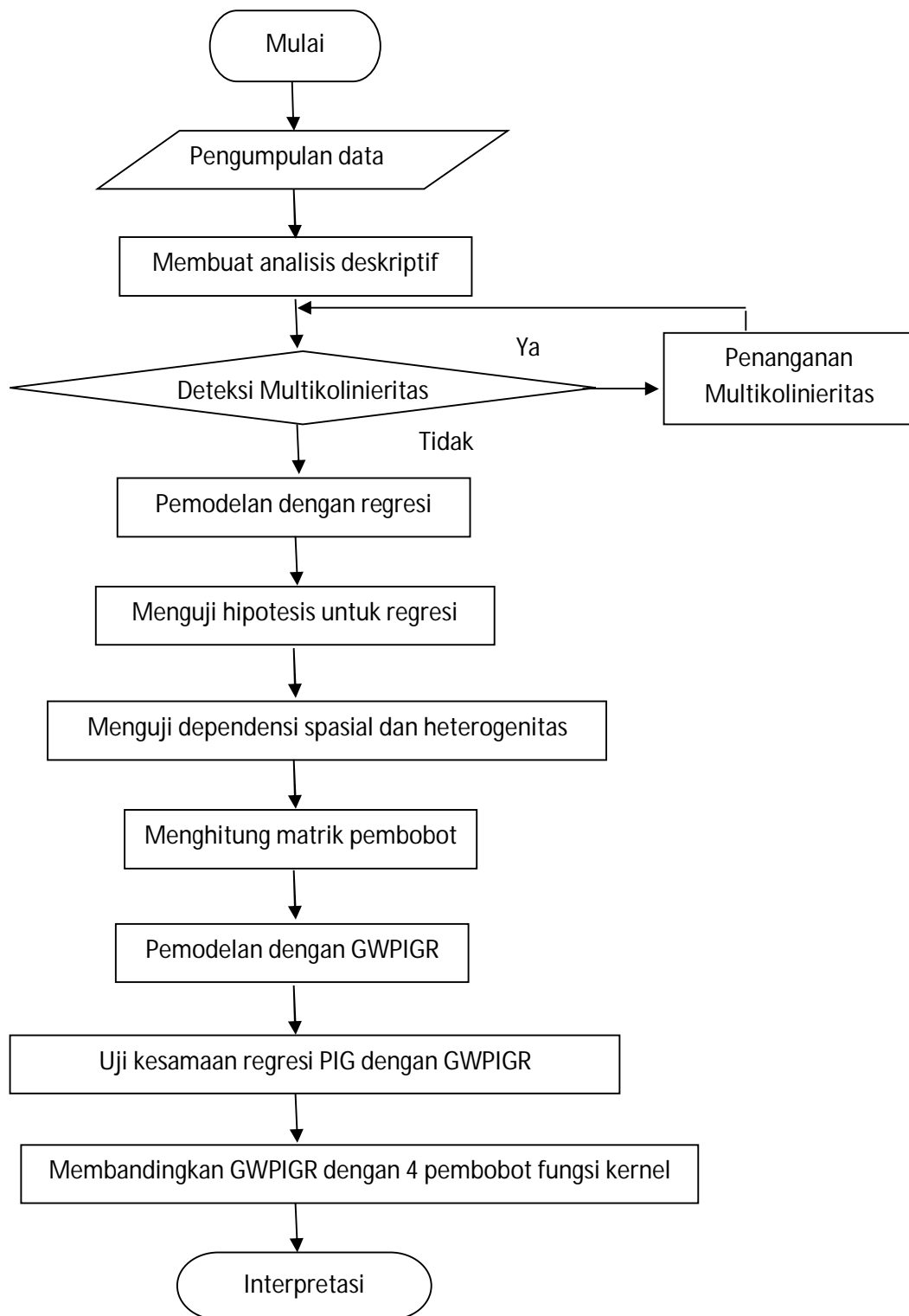
3. Menentukan daerah penolakan H_0

Tolak H_0 apabila $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$

3. Langkah-langkah untuk menentukan model GWPIGR pada pemodelan jumlah kasus baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013 adalah sebagai berikut:
 - a. Membuat statistik deskriptif untuk variabel respon (Y) dan variabel prediktor (X).
 - b. Mengidentifikasi dan menyelesaikan adanya kasus multikolinearitas dengan kriteria VIF.
 - c. Pemodelan dengan menggunakan Regresi PIG
 - d. Pengujian hipotesis untuk regresi PIG
 - e. Uji Morans'I untuk menguji dependensi spasial data dan Uji *Breush-Pagan* untuk melihat heterogenitas spasial.
 - f. Menghitung jarak *Euclidean* antar lokasi pengamatan berdasarkan posisi geografis.
 - g. Mendapatkan bandwidth optimal untuk setiap lokasi pengamatan dengan menggunakan *Cross Validation* (CV).
 - h. Menghitung Matrik pembobot dengan 4 fungsi pembobot kernel.
 - i. Pemodelan menggunakan GWPIGR dengan 4 fungsi pembobot kernel
 - j. Uji kesamaan model Regresi PIG dengan GWPIGR dengan nilai devians dari masing-masing model.
 - k. Melakukan pengujian model GWPIGR secara serentak maupun parsial.
 - l. Melakukan interpretasi model GWPIGR dengan 4 fungsi pembobot kernel yang didapatkan dan membentuk peta pengelompokan.
 - m. Membandingkan 4 pembobot fungsi kernel dengan nilai devians masing-masing model.



Gambar 3.1 Langkah-langkah penaksiran parameter dan statistik uji model GWPIGR



Gambar 3.2 Langkah-langkah analisis faktor-faktor yang berpengaruh pada jumlah kasus baru HIV di Jawa Timur tahun 2013

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data spasial merupakan data pengukuran yang memuat suatu informasi lokasi. Data spasial merupakan salah satu jenis data respon, karena data dikumpulkan dari lokasi yang berbeda dan mengindikasikan terdapatnya ketergantungan antara pengukuran data dengan lokasi. Akibatnya, apabila dibentuk suatu model regresi linier akan menghasilkan autokorelasi serta heterogenitas pada data. Ada beberapa metode yang bisa digunakan dalam mengatasi permasalahan di atas, salah satunya adalah dengan metode *Geographically Weighted Poisson Inverse Gaussian Regression* (GWPIGR) yang metode penaksiran parameternya menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE).

4.1. Penaksiran Parameter Model Geographically Weighted Poisson Inverse Gaussian Regression (GWPIGR)

Model GWPIGR merupakan pengembangan dari model *Poisson Inverse Gaussian Regression* (PIGR). Model ini menghasilkan estimasi parameter yang bersifat lokal untuk setiap titik atau lokasi dimana data tersebut dikumpulkan. Dalam model GWPIGR, variabel respon yang diprediksi dengan variabel prediktor yang masing-masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi di mana data tersebut diamati.

Model GWPIGR yang merupakan pengembangan dari distribusi *Poisson Inverse Gaussian* (PIG) yaitu

$$\begin{aligned}\mu(u_i, v_i) &= \exp(\beta_0(u_i, v_i) + \beta_1(u_i, v_i)x_{1i} + \beta_2(u_i, v_i)x_{2i} + \dots + \beta_k(u_i, v_i)x_{ki}) \\ &= e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)}\end{aligned}\tag{4.1}$$

Penaksiran parameter model GWPIGR dilakukan dengan menggunakan metode MLE yaitu dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*. Fungsi *likelihood* dari model GWPIGR seperti persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i); \tau; i=1, 2, \dots, n) &= \prod_{i=1}^n P(Y_i = y_i | \mathbf{x}_i; \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i); \tau; i=1, 2, \dots, n) \\
&= \prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) y_i} e^{\frac{1}{\tau}}}{y_i!} \left(\frac{2}{\pi \tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)} \tau + 1 \right)^{-\frac{(y_i - \frac{1}{2})}{2}} K_{si}(z_i) \right) \quad (4.2)
\end{aligned}$$

Fungsi *likelihood* seperti pada persamaan (4.2) yang digunakan untuk estimasi adalah:

$$\begin{aligned}
L(\boldsymbol{\beta}(u_j, v_j); \tau) &= \prod_{i=1}^n P(Y_i = y_i | \mathbf{x}_i; \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j); \tau) \\
&= \prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j) y_i} e^{\frac{1}{\tau}}}{y_i!} \left(\frac{2}{\pi \tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{(y_i - \frac{1}{2})}{2}} K_{si}(z_i) \right) \quad (4.3)
\end{aligned}$$

Untuk mendapatkan fungsi \ln *likelihood* maka akan dilakukan transformasi \ln terhadap persamaan (4.3), sehingga didapatkan persamaan (4.4).

$$\begin{aligned}
Q &= \ln L(\boldsymbol{\beta}(u_j, v_j); \tau) \\
&= \ln \left(\prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j) y_i} e^{\frac{1}{\tau}}}{y_i!} \left(\frac{2}{\pi \tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{(y_i - \frac{1}{2})}{2}} K_{si}(z_i) \right) \right) \\
&= \sum_{i=1}^n y_i \ln \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \right) + \sum_{i=1}^n \ln \left(e^{\frac{1}{\tau}} \right) - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \frac{2}{\pi} - \\
&\quad \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \tau - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_{si}(z_i) \\
&= \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\tau} \right) - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \frac{2}{\pi} - \\
&\quad \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \tau - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_{si}(z_i) \quad (4.4)
\end{aligned}$$

Pada model GWPIGR faktor yang diperhatikan sebagai pembobot adalah faktor geografis dari setiap titik-titik pengamatan atau lokasi. Tentunya setiap lokasi

memiliki faktor geografis yang berbeda-beda sehingga hal ini menunjukkan bahwa setiap daerah menunjukkan sifat lokal pada model GWPIGR. Jadi, bentuk fungsi \ln *likelihood* dengan pembobot geografis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Q^* = & \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j) (w_{ij}) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\tau} \right) (w_{ij}) - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) (w_{ij}) \\ & + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \frac{2}{\pi} (w_{ij}) - \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \tau (w_{ij}) - \\ & \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) (w_{ij}) + \sum_{i=1}^n \ln K_{si}(z_i) (w_{ij}) \end{aligned} \quad (4.5)$$

dimana w_{ij} adalah pembobot geografis.

Untuk mendapatkan taksiran parameter model GWPIGR, maka fungsi pada persamaan (4.5) diturunkan masing-masing terhadap $\boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)$ dan $\tau(u_j, v_j)$ dan disamakan dengan nol.

Turunan pertama fungsi \ln *likelihood* terhadap (4.5) terhadap $\boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)$ yaitu

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} = & \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j) (w_{ij}) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\tau} \right) (w_{ij}) - A - B \\ = & \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T y_i (w_{ij}) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{2} \right) \frac{\mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau}{\left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} (w_{ij}) \\ & + \frac{\partial \sum_{i=1}^n \ln K_{si}(z_i)}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} (w_{ij}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Dimana

$$\begin{aligned} A = & - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) (w_{ij}) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \frac{2}{\pi} (w_{ij}) - \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \tau (w_{ij}) \\ B = & - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) (w_{ij}) + \partial \sum_{i=1}^n \ln K_{si}(z_i) (w_{ij}) \end{aligned}$$

Dalam menyelesaikan turunan fungsi Bessel pada persamaan (4.6) di atas dapat dilakukan dengan menggunakan beberapa property dalam fungsi Bessel. Berdasarkan

tabel integral dalam Gradshtey dan Ryzhik (1980) dalam Shoukri, dkk (2004) diketahui bahwa:

$$\begin{aligned} K_{s+1}(z) &= K_s(z) + \frac{2s}{z} K_s(z) \\ z \frac{\partial K_s(z)}{\partial z} &= -z K_{s+1}(z) + s K_s(z) \end{aligned} \quad (4.7)$$

sehingga

$$\frac{\partial K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{\partial z} = \frac{-z K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) + \left(y_i - \frac{1}{2}\right) K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{z} \quad (4.8)$$

diketahui $z = \frac{1}{\tau} \sqrt{2e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}$ sehingga persamaan (4.8) menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{\partial z} &= \frac{-\left(\frac{1}{\tau} \sqrt{2e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}\right) K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) + \left(y_i - \frac{1}{2}\right) K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{\frac{1}{\tau} \sqrt{2e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \\ &= -K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) + \frac{\tau \left(y_i - \frac{1}{2}\right) K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Jadi penyelesaian fungsi Bessel pada persamaan (4.6) adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} &= \frac{\partial \ln K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \\ &= \frac{\partial \ln K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{\partial z} \cdot \frac{\partial \left(\frac{1}{\tau(u_j, v_j)} \sqrt{2e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1} \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \\ &= \left(\frac{1}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right) \left(\frac{-z K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) + K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \left(y_i - \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{\tau} \sqrt{2e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right) \left(\frac{\partial \left(\frac{1}{\tau} \sqrt{2e^{\mathbf{x}_j^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1} \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{1}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right) \left(\frac{-z K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) + K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{\frac{1}{\tau} \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right) \left(\frac{\mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)}}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right) \\
&= \left(- \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{\frac{1}{2}} M(y_i) + \frac{\tau \left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right) \\
&\quad \left(\frac{\mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)}}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right) \tag{4.10}
\end{aligned}$$

$$\text{Bila } M(y_i) = \frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}$$

$$\text{dimana } M(y_i) = (y_i + 1) \frac{p(y_i + 1)}{p(y_i)}$$

dengan memasukkan persamaan (4.10) ke dalam persamaan (4.6) maka turunan pertama terhadap $\boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} &= \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T y_i w_{ij} - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{2} \right) \frac{\mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau}{\left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} w_{ij} + \\
&\sum_{i=1}^n \left(\left(- \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{\frac{1}{2}} M(y_i) + \frac{\tau \left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right) \frac{\mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)}}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} w_{ij} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(\frac{2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) y_i \mathbf{x}_i^T w_{ij}}{2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} - \frac{\tau (2y_i - 1) \mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} w_{ij}}{2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} \right. \\
&\quad \left. - \frac{2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) M(y_i) \mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} w_{ij}}{2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} + \frac{2\tau \mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} w_{ij}}{2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n \left(\frac{2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) \mathbf{x}_i^T \left(y_i - M(y_i) e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \right) w_{ij}}{2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(\mathbf{x}_i^T \left(y_i w_{ij} - M(y_i) e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} w_{ij} \right) \right)
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Turunan pertama terhadap $\boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)$ disamakan dengan nol sehingga

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} = \sum_{i=1}^n \left(\mathbf{x}_i^T \left(y_i w_{ij} - M(y_i) e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} w_{ij} \right) \right) = 0 \tag{4.12}$$

Selanjutnya turunan pertama persamaan (4.5) terhadap τ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q^*}{\partial \tau} &= -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ij} - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ij} \\
&\quad - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{2} \right) \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)}}{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1} w_{ij} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln K_{si}(z_i)}{\partial \tau} w_{ij}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Dengan menggunakan cara yang sama pada persamaan (4.10) maka turunan fungsi Bessel pada persamaan (4.13) dapat diselesaikan dengan:

$$\frac{\partial \ln K_{si}(z_i)}{\partial \tau} = \frac{\partial \ln K_{y_i - \frac{1}{2}}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \tau} \tag{4.14}$$

Dengan menggunakan nilai z yang sama seperti pada persamaan (4.9) maka turunannya terhadap $\tau(u_j, v_j)$ adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial \left(\frac{1}{\tau} \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1} \right)}{\partial \tau} = a'b + ab' \tag{4.15}$$

Misalkan

$$\begin{aligned}
a &= \frac{1}{\tau} & a' &= -\frac{1}{\tau^2} \\
b &= \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{\frac{1}{2}} & b' &= e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \left(\frac{1}{\tau} \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1} \right)}{\partial \tau} &= a'b + ab' \\
&= -\frac{1}{\tau^2} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\tau} e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{1}{2}} \\
&= \frac{-\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)}{\tau^2 \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Sehingga penyelesaian persamaan (4.14) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln K_{si}(z_i)}{\partial \tau} &= \frac{\partial \ln K_{y_i - \frac{1}{2}}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \tau} \\
&= \left(\frac{1}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right) \left(\frac{-z K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) + K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{\frac{1}{\tau} \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right) \left(\frac{-\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)}{\tau^2 \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right) \\
&= \frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)}{\tau^2} - \frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)}{\tau \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)}
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Dengan memasukkan persamaan (4.17) ke dalam persamaan (4.13) maka turunan pertama terhadap τ adalah

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q^*}{\partial \tau} &= -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ij} - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ij} - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{2} \right) \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)}}{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1} w_{ij} \\
&\quad + \sum_{i=1}^n \left(\frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) w_{ij}}{\tau^2} - \frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) w_{ij}}{\tau \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} \right) \\
&= -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ij} + \sum_{i=1}^n \frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) w_{ij}}{\tau^2} - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ij}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{2} \right) \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)}}{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1} w_{ij} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) w_{ij}}{\tau \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} \\
& = -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ij} + \sum_{i=1}^n \frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) w_{ij}}{\tau^2} - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ij} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right) \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) w_{ij}}{\tau \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} \\
& = -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ij} + \sum_{i=1}^n \frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) w_{ij}}{\tau^2} - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ij} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right) w_{ij}}{\tau} \\
& = -\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ij} + \sum_{i=1}^n \frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) w_{ij}}{\tau^2} - \sum_{i=1}^n \frac{y_i w_{ij}}{\tau} \tag{4.18}
\end{aligned}$$

Turunan pertama terhadap τ disamakan dengan nol sehingga:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q^*}{\partial \tau} &= \frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ij} + \sum_{i=1}^n \frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) w_{ij}}{\tau^2} \\
&\quad - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ij} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right) \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) w_{ij}}{\tau \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} = 0 \tag{4.19}
\end{aligned}$$

Langkah keempat adalah menentukan turunan kedua fungsi *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)$ dan $\tau(u_j, v_j)$. Turunan kedua fungsi *likelihood* terhadap $\boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)$ adalah dengan menentukan turunan dari persamaan (4.11) terhadap $\boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)$.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j) \partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} &= \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^n \left(\mathbf{x}_i^T \left(y_i w_{ij} - M(y_i) e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} w_{ij} \right) \right) \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} \\
&= \sum_{i=1}^n \left(-\frac{\partial \left(M(y_i) e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T w_{ij} \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} \right) \tag{4.20}
\end{aligned}$$

Adapun turunan dari persamaan (4.20) adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial \left(M(y_i) e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} = c' d + c d' \quad (4.21)$$

Misalkan

$$\begin{aligned} c &= M(y_i) & c' &= \frac{\partial (M(y_i))}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} \\ d &= e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T & d' &= \frac{\partial \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} \end{aligned}$$

Maka

$$\frac{\partial \left(M(y_i) e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} = \frac{\partial (M(y_i))}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T + M(y_i) \frac{\partial \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} \quad (4.22)$$

Turunan $M(y_i)$ terhadap $\boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)$ adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial (M(y_i))}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} = \frac{\partial \left(\frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} = e' f + e f' \quad (4.23)$$

Misalkan

$$\begin{aligned} e &= \frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} & e' &= \frac{\partial \left(\frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} \\ f &= \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} & f' &= \frac{\partial \left(\frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(M(y_i))}{\partial \mathbf{p}^T(u_j, v_j)} = \frac{\partial \left(\frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right)}{\partial \mathbf{p}^T(u_j, v_j)} \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} + \frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \frac{\partial \left(\frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right)}{\partial \mathbf{p}^T(u_j, v_j)} \quad (4.24)$$

Dimana

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right)}{\partial \mathbf{p}^T(u_j, v_j)} &= -\frac{1}{2} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{3}{2}} \left(\mathbf{x}_i^T 2e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)} \tau \right) \\ &= -e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)} \tau \mathbf{x}_i^T \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right)}{\partial \mathbf{p}^T(u_j, v_j)} = \frac{l'm - lm'}{m^2}$$

Dan misalkan

$$\begin{aligned} l &= K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) & l' &= \frac{\partial \left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial \mathbf{p}^T(u_j, v_j)} \\ m &= K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) & m' &= \frac{\partial \left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial \mathbf{p}^T(u_j, v_j)} \end{aligned}$$

Maka

$$\frac{\partial \left(\frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right)}{\partial \mathbf{p}^T(u_j, v_j)} = \frac{\frac{\partial \left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial \mathbf{p}^T(u_j, v_j)} K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) - K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \frac{\partial \left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial \mathbf{p}^T(u_j, v_j)}}{\left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2} \quad (4.26)$$

Dengan menggunakan property fungsi Bessel pada persamaan (4.7) dan (4.8) maka turunan fungsi Bessel tersebut terhadap $\mathbf{\beta}(u_j, v_j)$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial \mathbf{\beta}^T(u_j, v_j)} &= \frac{\partial \left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \mathbf{\beta}^T(u_j, v_j)} \\
\frac{\partial \left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial z} &= \frac{-z K_{y_i + \frac{3}{2}}(z) + \left(y_i + \frac{1}{2} \right) K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{z} \\
K_{y_i + \frac{3}{2}}(z) &= K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) + \frac{2 \left(y_i + \frac{1}{2} \right)}{z} K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \\
\frac{\partial \left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial z} &= \frac{-z \left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) + \frac{2 \left(y_i + \frac{1}{2} \right)}{z} K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right) + \left(y_i + \frac{1}{2} \right) K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{z} \\
&= -K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) - \frac{\left(y_i + \frac{1}{2} \right) K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{z}
\end{aligned} \tag{4.27}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial \mathbf{\beta}^T(u_j, v_j)} &= \frac{\partial \left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \mathbf{\beta}^T(u_j, v_j)} \\
&= \left(-K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) - \frac{\left(y_i + \frac{1}{2} \right) K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{z} \right) \left(\frac{\mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{\beta}(u_j, v_j)}}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right)
\end{aligned} \tag{4.28}$$

$$\frac{\partial \left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial \mathbf{\beta}^T(u_j, v_j)} = \frac{\partial \left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \mathbf{\beta}^T(u_j, v_j)}$$

$$= \left(-K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) + \frac{\left(y_i - \frac{1}{2}\right) K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{z} \right) \left(\frac{\mathbf{x}_i^T e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)}}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right) \quad (4.29)$$

Dengan memasukkan persamaan (4.28) dan (4.29) maka penyelesaian persamaan (4.26) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right)}{\partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} &= \frac{\left(-K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) - \frac{\left(y_i + \frac{1}{2}\right) K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{z} \right) \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) -}{\left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2} \\ &\quad \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \left(-K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) + \frac{\left(y_i - \frac{1}{2}\right) K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{z} \right) \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}}}{\left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2} \\ &= \frac{\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \left(\frac{-\left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2 + \left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)^2}{2y_i K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} - \frac{z}{\left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2} \right)}{\left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2} \\ &= \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \left(\frac{-\left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2}{\left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2} + \frac{\left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)^2}{\left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2} - \frac{2y_i K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{\frac{1}{\tau} \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1} \left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2} \right) \\ &= \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \left(-1 + M_{(y_i)}^2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) - M_{(y_i)} 2y_i \tau \right) \quad (4.30) \end{aligned}$$

Dengan memasukkan persamaan (4.25) dan persamaan (4.29) ke dalam persamaan

(4.24) maka turunan $M(y_i)$ terhadap $\beta(u_j, v_j)$ adalah

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(M(y_i))}{\partial \beta(u_j, v_j)} &= \frac{\partial \frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1}}}{\partial \beta(u_j, v_j)} \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} + \frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1}} \frac{\partial \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}}{\partial \beta(u_j, v_j)} \\
&= -e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau \mathbf{x}_i^T \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{3}{2}} \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1}} \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1}} \left(-1 + M_{(y_i)}^2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) - M_{(y_i)} 2y_i \tau \right) \\
&= \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T}{\left(2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} \left(-\tau M_{(y_i)} - 1 + \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) M_{(y_i)}^2 - M_{(y_i)} 2y_i \tau \right) \\
&= \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T}{\left(2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} \left(\left(2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) M_{(y_i)}^2 - 1 - (2y_i + 1) \tau M_{(y_i)} \right) \\
&= e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T M_{(y_i)}^2 + \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T}{\left(2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} \left(-1 - \tau M_{(y_i)} (2y_i + 1) \right) \tag{4.31}
\end{aligned}$$

Turunan $e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T$ terhadap $\beta(u_j, v_j)$ adalah

$$\frac{\partial \left(e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T \right)}{\partial \beta(u_j, v_j)^T} = \mathbf{x}_i e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T \tag{4.32}$$

Setelah persamaan (4.31) dan persamaan (4.32) diperoleh maka turunan kedua fungsi

likelihood terhadap $\beta(u_j, v_j)$ adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 Q^*}{\partial \beta(u_j, v_j) \partial \beta(u_j, v_j)^T} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \left(M_{(y_i)} e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T \right)}{\partial \beta(u_j, v_j)^T} (w_{ij}) \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial(M_{(y_i)})}{\partial \beta(u_j, v_j)^T} e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T (w_{ij}) - M_{(y_i)} \frac{\partial(e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T)}{\partial \beta(u_j, v_j)^T} (w_{ij}) \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i M_{(y_i)}^2 (w_{ij}) + \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T}{(2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1)} (w_{ij}) \left((-1 - \tau M_{(y_i)} (2y_i + 1)) e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T \right) \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(-e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \left(e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} M_{(y_i)}^2 w_{ij} + \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} w_{ij}}{(2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1)} (-1 - \tau M_{(y_i)} (2y_i + 1)) \right) \right. \\
&\quad \left. + M_{(y_i)} w_{ij} \right) \quad (4.33)
\end{aligned}$$

Selanjutnya adalah menentukan turunan kedua fungsi *likelihood* terhadap τ yaitu dengan menentukan turunan dari persamaan (4.11) terhadap τ dan menentukan turunan dari persamaan (4.19) terhadap τ .

Turunan dari persamaan (4.11) terhadap τ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q^*}{\partial \beta(u_j, v_j) \partial \tau} &= \frac{\sum_{i=1}^n \left(\mathbf{x}_i^T \left(y_i w_{ij} - M(y_i) e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} w_{ij} \right) \right)}{\partial \tau} \\
&= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial(y_i \mathbf{x}_i^T)}{\partial \tau} - e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T \frac{\partial(M(y_i))}{\partial \tau} \right) \quad (4.34)
\end{aligned}$$

Turunan $M(y_i)$ terhadap τ adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial(M(y_i))}{\partial \tau} = \frac{\partial \left(\frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1}} \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right)}{\partial \tau} = p'q + pq'$$

Misalkan

$$p = \frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1}} \quad p' = \frac{\partial \left(\frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \beta(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right)}{\partial \tau}$$

$$q = \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \quad q' = -\frac{\partial \left(\frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right)}{\partial \tau}$$

Sehingga

$$\frac{\partial(M(y_i))}{\partial \tau} = \frac{\partial \left(\frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)}} \tau + 1} \right)}{\partial \tau} \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} + \frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)}} \tau + 1} \frac{\partial \left(\frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right)}{\partial \tau} \quad (4.35)$$

Dimana

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)}} \tau + 1} \right)}{\partial \tau} &= -\frac{1}{2} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{3}{2}} 2 \left(e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)} \right) \\ &= -e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \mathbf{p}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right)}{\partial \tau} = \frac{r' s - r s'}{s^2}$$

Misalkan

$$r = K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \quad r' = \frac{\partial \left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial \tau}$$

$$s = K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \quad s' = \frac{\partial \left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial \tau}$$

Maka

$$\frac{\partial \left(\frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right)}{\partial \tau} = \frac{\frac{\partial \left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial \tau} K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) - K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \frac{\partial \left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial \tau}}{\left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2} \quad (4.37)$$

Dengan menggunakan property fungsi Bessel pada persamaan (4.7) dan (4.8) maka turunan fungsi Bessel tersebut terhadap $\tau(u_j, v_j)$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial \tau} &= \frac{\partial \left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \tau} \\ &= \left(-K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) - \frac{\left(y_i + \frac{1}{2} \right) K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{z} \right) \frac{-e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}{\tau^2 \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial \tau} &= \frac{\partial \left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \tau} \\ &= \left(-K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) + \frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right) K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{z} \right) \frac{-e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}{\tau^2 \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \end{aligned} \quad (4.39)$$

Dengan memasukkan persamaan (4.38) dan (4.39) maka penyelesaian persamaan (4.37) adalah:

$$\frac{\partial \left(\frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right)}{\partial \tau} = \frac{\left(-K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) - \frac{\left(y_i + \frac{1}{2} \right) K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{z} \right) \frac{-e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}{\tau^2 \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}}}{\left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2} K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)$$

$$\begin{aligned}
& -K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \frac{\left(-K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) + \frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right) K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{z} \right) \frac{-e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}{\tau^2 \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}}}{\left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2} \\
& = \frac{-e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}{\tau^2 \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \left(\left(-\left(K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) \right)^2 - \frac{\left(y_i + \frac{1}{2} \right) K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)}{z} \right) \right. \\
& \quad \left. - \left(\left(K_{y_i + \frac{1}{2}}(z) \right)^2 + \frac{\left(y_i + \frac{1}{2} \right) K_{y_i - \frac{1}{2}}(z) K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{z} \right) \right) \\
& = \frac{-e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}{\tau^2 \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \left(\frac{-1 + M(y_i)^2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)}{-M(y_i) 2\tau y_i} \right) \tag{4.40}
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan persamaan (4.36) dan (4.40) maka persamaan (4.35) diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(M(y_i))}{\partial \tau} & = \frac{\partial \left(\frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \right)}{\partial \tau} \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} + \frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \frac{\partial \left(\frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(z)} \right)}{\partial \tau} \\
& = -e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{3}{2}} \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}}{K_{y_i - \frac{1}{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \\
& \quad \left(\frac{-\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)}{\tau^2 \sqrt{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}} \left(-1 + M(y_i)^2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) - M(y_i) 2\tau y_i \right) \right)
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1\right)} \left(\frac{-e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} M(y_i) - \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1\right)}{\tau^2}}{\left(1 - M(y_i)^2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1\right) - M(y_i) 2\tau y_i\right)} \right) \quad (4.41)$$

Oleh karena itu persamaan (4.34) diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j) \partial \tau} &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial(y_i \mathbf{x}_i^T)}{\partial \tau} w_{ij} - e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \mathbf{x}_i^T \frac{\partial(M(y_i))}{\partial \tau} w_{ij} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^T w_{ij} \frac{-e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)}}{\left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1\right)} \left(\frac{1}{\left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1\right)} \left(\frac{-e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} M(y_i) - \frac{\left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1\right)}{\tau^2}}{\left(1 - M(y_i)^2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1\right) - M(y_i) 2\tau y_i\right)} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.42)$$

Turunan kedua selanjutnya adalah turunan kedua fungsi *likelihood* terhadap $\tau(u_j, v_j)$ yang diperoleh dengan menentukan turunan dari persamaan (4.19) terhadap $\tau(u_j, v_j)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^*}{\partial \tau^2} &= \frac{\left(\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^n w_{ij} + \sum_{i=1}^n \frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1\right) w_{ij}}{\tau^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2\tau} \sum_{i=1}^n w_{ij} - \sum_{i=1}^n \frac{\left(y_i - \frac{1}{2}\right) \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1\right) w_{ij}}{\tau \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1\right)} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n w_{ij} \left(\frac{\partial\left(-\frac{1}{\tau^2}\right)}{\partial \tau} + \frac{\partial\left(\frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1\right)}{\tau^2}\right)}{\partial \tau} - \frac{\partial\left(\frac{y_i}{\tau}\right)}{\partial \tau} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n w_{ij} \left(\frac{2}{\tau^3} + \frac{\partial \left(\frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \right) \tau + 1}{\tau^2} \right)}{\partial \tau} - \frac{y_i}{\tau^2} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n w_{ij} \left(\frac{2 - y_i \tau}{\tau^3} + \frac{\partial \left(\frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \right) \tau + 1}{\tau^2} \right)}{\partial \tau} \right)
\end{aligned} \tag{4.43}$$

Adapun turunan dari persamaan sisi kanan pada persamaan (4.43) adalah sebagai berikut

$$\frac{\partial \left(\frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \right) \tau + 1}{\tau^2} \right)}{\partial \tau} = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Misalkan

$$\begin{aligned}
u &= M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) & u' &= \frac{\partial \left(M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \right) \tau + 1 \right)}{\partial \tau} \\
v &= \tau^2 & v' &= \frac{\partial \tau^2}{\partial \tau}
\end{aligned}$$

Maka

$$\frac{\partial \left(\frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \right) \tau(u_j, v_j) + 1}{\tau^2} \right)}{\partial \tau} =$$

$$\frac{\frac{\partial \left(M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) \right)}{\partial \tau} \tau^2 - M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) \frac{\partial \tau^2}{\partial \tau}}{\tau^2} \quad (4.44)$$

Turunan dari persamaan u adalah:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) \right)}{\partial \tau} &= \frac{\partial M(y_i)}{\partial \tau} \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) + M(y_i) \frac{\partial \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)}{\partial \tau} \\ &= \left(\frac{1}{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1} (-O - P(R - M(y_i) 2\tau y_i)) \right) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) + S \end{aligned} \quad (4.45)$$

Dimana

$$O = e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} M(y_i)$$

$$P = \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}{\tau^2}$$

$$R = 1 - M(y_i)^2 \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) - M(y_i) 2\tau y_i$$

$$S = M(y_i) e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)}$$

Maka turunan dari persamaan (4.44) adalah

$$\frac{\partial \left(\frac{M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)}{\tau^2} \right)}{\partial \tau} = \frac{\left(\frac{1}{\left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} (-O - P(R)) + S \right) \tau^2 - M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) 2\tau}{(\tau^2)^2}$$

$$= \frac{1}{\tau^3} \left(\tau \sum_{i=1}^n \frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}{\left(2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)} \left(-O - P(R) + S - 2M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) \right) \right) \quad (4.46)$$

Dengan memasukkan hasil turunan pada persamaan (4.46) ke dalam persamaan (4.43) maka turunan kedua fungsi *likelihood* terhadap $\tau(u_j, v_j)$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q^*}{\partial \tau^2} &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{2 - y_i \tau(u_j, v_j)}{\tau^3} - \frac{\partial \left(\frac{M(y_i) e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)}}{\tau^2} \right)}{\partial \tau} \right) w_{ij} \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{2 - y_i \tau}{\tau^3} + \frac{1}{\tau^3} \left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1} (-O - P(R) + S - T) \right) \right) w_{ij}\end{aligned}$$

dengan

$$T = 2M(y_i) \left(e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)$$

Sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \tau^2} = \frac{1}{\tau^3} \left(\tau \sum_{i=1}^n \left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1}{2e^{\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1} (-O - P(R) + S) - T + (2 - y_i \tau) \right) w_{ij} \right) \quad (4.47)$$

Dari hasil pada turunan di atas diperoleh persamaan yang eksplisit maka untuk menyelesaikan persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan Iterasi Newton Raphson dengan persamaan berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)}(u_j, v_j) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_j, v_j) - \mathbf{H}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_j, v_j)) \mathbf{D}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_j, v_j)), \quad (4.48)$$

Dimana

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_j, v_j) = (\hat{\boldsymbol{\beta}}^T(u_j, v_j), \hat{\tau})^T$$

$$\mathbf{D}(\hat{\boldsymbol{\theta}}(u_j, v_j)) = \left(\frac{\partial Q^*}{\partial \tau}, \frac{\partial Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \right)^T \quad (4.49)$$

$$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}(u_j, v_j))_{(k+1)(k+1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \hat{\tau}^2} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \hat{\tau} \partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)} \\ \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j) \partial \hat{\tau}} & \frac{\partial^2 Q^*}{\partial \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j) \partial \boldsymbol{\beta}^T(u_j, v_j)} \end{bmatrix}_{\theta=\theta_{(m)}} \quad (4.50)$$

Matriks Hessian merupakan matriks yang berisi turunan kedua dari fungsi *likelihood* terhadap parameter $\beta(u_j, v_j)$ dan τ . Adapun langkah-langkah Iterasi Newton Raphson sebagai berikut:

1. Menentukan vektor awal parameter $\hat{\theta}_0$ dengan mengasumsikan data memenuhi model regresi linier berganda dengan metode kuadrat terkecil diperoleh $\hat{\beta}_0 = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$
2. Membentuk vektor gradient $\mathbf{D}(\hat{\theta}_{(0)}(u_j, v_j))$ dengan mensubstitusikan persamaan (4.11) dan (4.19) ke dalam persamaan (4.49)
3. Membentuk Matriks Hessian $\mathbf{H}(\hat{\theta}_{(0)}(u_j, v_j))$ dengan mensubstitusikan persamaan (4.33), (4.42) dan (4.48)
4. Memasukkan nilai $\hat{\theta}_0$ sehingga diperoleh vektor gradient $\mathbf{D}(\hat{\theta}_{(0)}(u_j, v_j))$ dan matriks hessian $\mathbf{H}(\hat{\theta}_{(0)}(u_j, v_j))$
5. Mulai dari $m=0$ dilakukan iterasi pada persamaan (4.48), nilai $\hat{\theta}_{(m)}(u_j, v_j)$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen saat iterasi ke- m
6. Jika belum diperoleh penaksir parameter yang konvergen saat iterasi ke- m , maka dilanjutkan kembali ke langkah 6 hingga iterasi ke- $m+1$. Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\theta}_{(m+1)}(u_j, v_j) - \hat{\theta}_{(m)}(u_j, v_j)\| \leq \varepsilon$ dan $\varepsilon > 0$ adalah bilangan yang sangat kecil.

4.2. Pengujian Hipotesis Model Regresi Geographically Weighted Poisson Inverse Gaussian Regression (GWPIGR)

Pengujian parameter diperlukan untuk mengetahui kelayakan suatu model. Pengujian parameter pada model GWPIGR dilakukan dengan menggunakan Maximum Likelihood Ratio Test (MLRT). Pengujian parameter ini meliputi pengujian kesamaan model GWPIGR dengan PIGR, pengujian serentak, dan

pengujian parsial parameter model GWPIGR. Masing-masing pengujian beserta hipotesis dan statistik uji likelihood ratio yang digunakan akan diuraikan lebih lanjut berikut ini:

4.2.1. Pengujian Kesamaan Model GWPIGR

Pengujian kesamaan model GWPIGR dilakukan untuk menguji signifikansi faktor geografis yang memberikan pengaruh pada variabel lokal. Pengujian ini membandingkan kesamaan antara model GWPIGR dengan model regresi PIG dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_l(u_j, v_j) = \beta_l; \text{ dengan } l = 1, 2, \dots, k$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_l(u_j, v_j) \neq \beta_l$$

Statistik uji yang digunakan pada pengujian ini merupakan ukuran perbandingan nilai *likelihood ratio* dari model PIGR dan model GWPIGR yang dituliskan dalam bentuk:

$$F_{hitung} = \frac{D(\hat{\theta})/df_1}{D(\hat{\theta}(u_j, v_j))/df_2} \quad (4.51)$$

$D(\hat{\theta})$ menyatakan nilai devians dari model PIGR dengan derajat bebas df_1 dan $D(\hat{\theta}(u_j, v_j))$ menyatakan nilai devians dari model GWPIGR dengan derajat bebas df_2 (Fotheringham, dkk, 2002).

Langkah pertama, akan ditentukan bentuk $D(\hat{\theta})$. Nilai devians dibentuk dari himpunan parameter di bawah $H_0(\omega)$ dan di bawah populasi (Ω) . Nilai devians model PIGR diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (2.25). $D(\hat{\theta})$ mengikuti distribusi χ^2 dengan derajat bebas $df_1 = k$, dimana k adalah banyaknya prediktor.

Selanjutnya nilai devians dari model GWPIGR, dibentuk dari himpunan parameter dibawah $H_0(\omega)$ dan di bawah populasi (Ω) . Himpunan parameter di bawah H_0 adalah $\omega = \{\beta(u_j, v_j), \tau\}$ sehingga fungsi *likelihood*nya sebagai berikut:

$$L(\omega) = \prod_{i=1}^n f(y_i; \beta(u_j, v_j); \tau)$$

$$L(\omega) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{\beta_0(u_j, v_j)^{y_i}} e^{\frac{1}{\tau}}}{y_i!} \left(\frac{2}{\pi\tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(2e^{\beta_0(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{(y_i - \frac{1}{2})}{2}} K_{si}(z_i) \right) \quad (4.52)$$

Transformasi ln fungsi pada persamaan persamaan (4.51) adalah sebagai berikut:

$$\ln L(\omega) = \sum_{i=1}^n y_i \ln \left(e^{\beta_0(u_j, v_j)} \right) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\tau} \right) - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \frac{2}{\pi} -$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \tau - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln \left(2e^{\beta_0(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_{si}(z_i) \quad (4.53)$$

Selanjutnya $\ln L(\omega)$ dikalikan dengan pembobot geografis sehingga fungsinya menjadi:

$$\ln L^*(\omega) = \sum_{i=1}^n y_i \ln \left(e^{\beta_0(u_j, v_j)} \right) w_{ij} + \left(\frac{1}{\tau} \right) \sum_{i=1}^n w_{ij} - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) w_{ij} + \sum_{i=1}^n w_{ij} \frac{1}{2} \ln \frac{2}{\pi} -$$

$$\frac{1}{2} \ln \tau \sum_{i=1}^n w_{ij} - \sum_{i=1}^n w_{ij} \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln \left(2e^{\beta_0(u_j, v_j)} \tau + 1 \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_{si}(z_i) w_{ij} \quad (4.54)$$

Untuk mencari nilai $\hat{\tau}$ dan $\hat{\beta}_0(u_j, v_j)$ fungsi persamaan (4.53) diturunkan terhadap masing-masing τ dan $\beta_0(u_j, v_j)$ kemudian disamakan dengan nol. Namun hasilnya tidak eksplisit sehingga diperlukan bantuan iterasi Newton Raphson sebagai berikut:

1. Menentukan taksiran awal parameter $\hat{\tau}$ dan $\hat{\beta}_0(u_j, v_j)$ yaitu

$$\hat{\Psi}(u_j, v_j)_0 = \left(\hat{\tau}, \hat{\beta}_0(u_j, v_j) \right)^T$$

2. Membentuk vektor gradient $\mathbf{g}(\Psi(u_j, v_j))$

$$\mathbf{g}(\Psi(u_i, v_i)) = \left(\frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \tau}, \frac{\partial \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_0(u_i, v_i)} \right)^T$$

3. Membuat matriks Hessian $\mathbf{H}(\Psi(u_j, v_j))$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\psi}(u_j, v_j)) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \tau^2} & \frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \tau \partial \beta_0(u_j, v_j)} \\ \frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_0(u_j, v_j) \partial \tau} & \frac{\partial^2 \ln L^*(\omega)}{\partial \beta_0(u_j, v_j) \partial \beta_0^T(u_j, v_j)} \end{pmatrix}$$

4. Mensubstitusikan nilai $\hat{\boldsymbol{\psi}}(u_i, v_i)_0$ ke dalam elemen-elemen vektor $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\psi}}(u_i, v_i))$ dan matrik $\mathbf{H}(\boldsymbol{\psi}(u_i, v_i))$ sehingga diperoleh $\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\psi}}(u_i, v_i)_0)$ dan $\mathbf{H}(\boldsymbol{\psi}(u_i, v_i)_0)$

5. Mulai dari $m = 0$ dilakukan iterasi pada persamaan

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}(u_i, v_i)_{m+1} = \hat{\boldsymbol{\psi}}(u_i, v_i)_m - \mathbf{H}^{-1}(\boldsymbol{\psi}(u_j, v_j)_m) \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\psi}}(u_i, v_i)_m) \quad (4.55)$$

Nilai $\hat{\boldsymbol{\psi}}(u_j, v_j)_m$ merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen saat iterasi ke- m . Jika belum mendapatkan penaksir parameter yang konvergen, maka dilanjutkan kembali ke langkah 5 hingga iterasi ke $m = m + 1$. Iterasi akan berhenti apabila nilai dari $\|\hat{\boldsymbol{\psi}}(u_j, v_j)_{m+1} - \hat{\boldsymbol{\psi}}(u_j, v_j)_m\| < \varepsilon$, ε adalah bilangan yang sangat kecil.

Proses iterasi Newton Raphson di atas dilakukan untuk setiap lokasi ke- i , sehingga akan mendapatkan nilai $\hat{\tau}$ dan $\hat{\beta}_0(u_j, v_j)$ yang bersifat lokal untuk setiap wilayah yang digunakan untuk memaksimumkan fungsi $L(\omega)$.

$$L(\hat{\omega}) = \max L(\omega)$$

$$L(\hat{\omega}) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{\hat{\beta}_0(u_j, v_j)^{y_i}} e^{\frac{1}{\hat{\tau}}}}{y_i!} \left(\frac{2}{\pi \hat{\tau}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_j, v_j) \hat{\tau}} + 1 \right)^{\frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{2}} K_{si}(z_i) \right)$$

Untuk himpunan parameter di bawah populasi adalah $\Omega = \{\tau, \boldsymbol{\beta}(u_j, v_j)\}$, sehingga fungsi *likelihood*nya sebagai berikut:

$$L(\Omega) = \prod_{i=1}^n f(y_i; \tau, \beta(u_j, v_j))$$

$$L(\Omega) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_j, v_j)^{y_i}} e^{\frac{1}{\tau}}}{y_i!} \left(\frac{2}{\pi \tau} \right)^{\frac{1}{2}} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_j, v_j)} \tau + 1 \right)^{-\frac{(y_i - \frac{1}{2})}{2}} K_{si}(z_i) \right)$$

sehingga

$$L(\hat{\Omega}) = \max L(\Omega)$$

$$L(\hat{\Omega}) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_j, v_j)^{y_i}} e^{\frac{1}{\hat{\tau}}}}{y_i!} \left(\frac{2}{\pi \hat{\tau}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_j, v_j)} \hat{\tau} + 1 \right)^{-\frac{(y_i - \frac{1}{2})}{2}} K_{si}(z_i) \right)$$

Dimana nilai $\hat{\tau}$ dan $\hat{\beta}(u_j, v_j)$ diperoleh dari proses iterasi Newton Raphson.

Nilai devians dari model GWPIGR diperoleh dengan menyelesaikan persamaan berikut:

$$D(\hat{\theta}(u_j, v_j)) = -2 \ln \left[\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right] = 2 \left[\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega}) \right] \quad (4.56)$$

Dimana

$$\ln L(\hat{\Omega}) = \sum_{i=1}^n y_i \ln \left(e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_j, v_j)} \right) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\hat{\tau}} \right) - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \frac{2}{\pi} -$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \hat{\tau} - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln \left(2e^{\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}(u_j, v_j)} \hat{\tau} + 1 \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_{si}(z_i)$$

$$\ln L(\hat{\omega}) = \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_0(u_j, v_j) y_i + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\hat{\tau}_\omega} \right) - \ln \left(\sum_{i=1}^n y_i! \right) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \frac{2}{\pi} -$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \hat{\tau}_\omega - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_j, v_j)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_{si}(Z_i)$$

$D(\hat{\theta}(u_j, v_j))$ mendekati distribusi χ^2 dengan derajat bebas $df_2 = k$ dimana k menyatakan banyaknya prediktor.

Setelah diperoleh nilai devians untuk regresi PIG dan regresi GWPIG, selanjutnya akan ditentukan statistik uji F_{hit} dengan kriteria tolak H_0 apabila $F_{hitung} > F_{(\alpha, df_2, df_1)}$.

4.2.2. Pengujian Serentak parameter model GWPIGR

Pengujian serentak pada parameter model GWPIGR ini dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter $\beta(u_j, v_j)$ secara bersama-sama dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_1(u_j, v_j) = \beta_2(u_j, v_j) = \dots = \beta_k(u_j, v_j)$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_k(u_j, v_j) \neq 0 \text{ dengan } k = 1, 2, \dots, k$$

Pada pengujian ini statistik uji yang digunakan yaitu ukuran *likelihood ratio*. Langkah awal untuk menentukan likelihood ratio adalah dengan menentukan himpunan parameter dibawah populasi (Ω) dan dibawah $H_0(\omega)$. Kemudian dibentuk fungsi \ln *likelihood* untuk model yang melibatkan seluruh variabel predictor pada himpunan parameter di bawah populasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ln(L(\hat{\Omega})) = & \sum_{i=1}^n y_i \ln(e^{x_i^T \hat{\beta}(u_j, v_j)}) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\hat{\tau}} \right) - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \frac{2}{\pi} - \\ & \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \ln \hat{\tau} - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln(2e^{x_i^T \hat{\beta}(u_j, v_j)} \hat{\tau} + 1) + \sum_{i=1}^n \ln K_{si}(z_i) \end{aligned}$$

Dengan nilai $\hat{\beta}(u_j, v_j)$ dan $\hat{\tau}$ merupakan nilai taksiran parameter yang diperoleh dari persamaan (4.49). Sedangkan fungsi \ln *likelihood* untuk model yang tidak melibatkan variabel prediktor dibentuk pada himpunan parameter dibawah H_0 sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \ln(L(\hat{\omega})) = & \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_0(u_j, v_j) y_i + \prod_{i=1}^n \left(\frac{1}{\hat{\tau}_\omega} \right) - \ln \left(\sum_{i=1}^n y_i! \right) + \prod_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} \ln \frac{2}{\pi} - \frac{1}{2} \ln \hat{\tau}_\omega \right) \\ & - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln(2e^{\hat{\beta}_0(u_j, v_j)} \hat{\tau}_\omega + 1) + \sum_{i=1}^n \ln K_{si}(Z_i) \end{aligned}$$

Dengan nilai $\hat{\beta}_0(u_j, v_j)$ dan $\hat{\tau}_\omega$ merupakan taksiran parameter yang diperoleh dengan cara yang sama seperti persamaan (4.55).

Statistik G adalah pendekatan dari distribusi chi square χ^2 dengan derajat bebas v sehingga kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 apabila $G_{hitung} > \chi^2_{(\alpha, v)}$ dimana v adalah derajat bebas yang diperoleh dari jumlah parameter di bawah populasi dikurangi jumlah parameter di bawah H_0 .

4.2.3. Pengujian Parsial

Selain pengujian serentak, pengujian secara parsial model GWPIG juga perlu dilakukan untuk mengetahui signifikansi pada masing-masing parameter $\beta(u_j, v_j)$ dan τ dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_l(u_j, v_j) = 0$$

$$H_1 : \beta_l(u_j, v_j) \neq 0 \quad \text{dengan } l = 1, 2, \dots, k$$

Statistik uji yang digunakan dalam uji hipotesis ini adalah statistik uji Z dengan persamaan seperti berikut ini

$$Z = \frac{\hat{\beta}_l(u_j, v_j)}{SE(\hat{\beta}_l(u_j, v_j))} \quad (4.57)$$

nilai $SE(\hat{\beta}_l(u_j, v_j)) = \sqrt{Var(\hat{\beta}_l(u_j, v_j))}$ dimana $Var(\hat{\beta}_l(u_j, v_j))$ diperoleh dari elemen diagonal utama ke-(m+2) dari matriks varians dan kovarians yang diperoleh dari persamaan

$$Cov(\hat{\theta}) = -(\mathbf{H}^{-1}(\hat{\theta}(u_j, v_j)))$$

Kriteria penolakan pada pengujian ini adalah tolak H_0 bila $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$ dengan nilai

α adalah taraf signifikansi.

Parameter τ

$$H_0 : \tau = 0$$

$$H_1 : \tau \neq 0$$

Statistik uji yang digunakan dalam uji hipotesis ini adalah statistik uji Z dengan persamaan seperti berikut ini

$$Z = \frac{\hat{\tau}}{SE(\hat{\tau})} \quad (4.58)$$

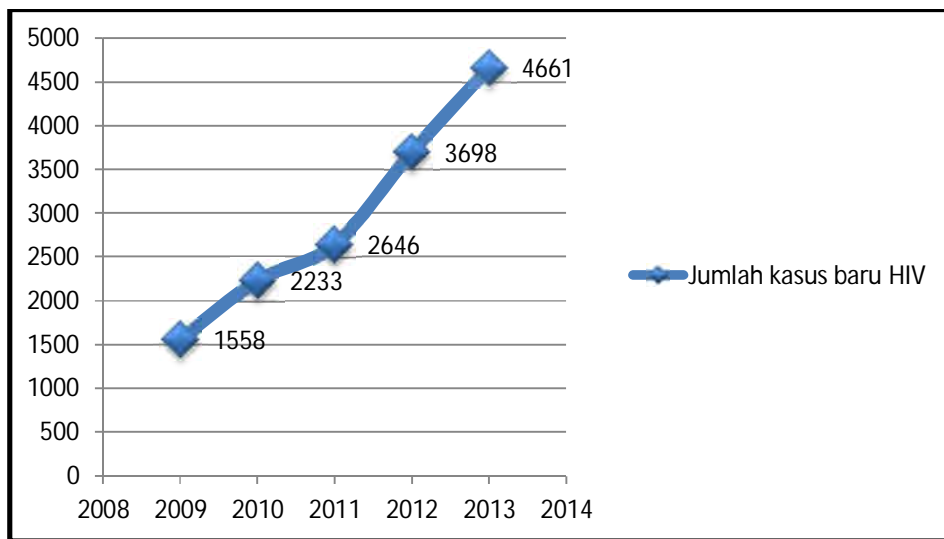
Kriteria penolakan pada pengujian ini adalah tolak H_0 bila $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$ dengan nilai α adalah taraf signifikansi.

4.3. Aplikasi Model Regresi Geographically Weighted Poisson Inverse Gaussian Regression (GWPIGR)

Pada penelitian ini, pemodelan regresi GWPIGR diaplikasikan pada data jumlah kasus baru HIV di Propinsi Jawa Timur pada tahun 2013 karena data tersebut mengalami overdispersi.

4.3.1. Analisis Deskriptif Variabel Penelitian

Sampai dengan bulan Desember 2013, jumlah kasus baru HIV yang dilaporkan adalah sebanyak 4.661 kasus yang ditemukan melalui Volunteer Conseling and Test (VCT). Angka tersebut sesungguhnya jauh lebih kecil dibandingkan angka yang sebenarnya terjadi (fenomena gunung es). Propinsi Jawa Timur merupakan propinsi kedua setelah DKI Jakarta jumlah Kasus HIV terbanyak ditemukan.



Gambar 4.1 Perkembangan Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur Tahun 2009-2013

Berdasarkan Gambar 4.1, dapat digunakan perkembangan kasus HIV dari tahun 2009 sampai tahun 2013 mengalami peningkatan tiap tahunnya. Semakin banyaknya kasus HIV yang ditemukan ini tidak lepas dari peran klinik VCT sebagai upaya untuk memperlambat laju penyebaran penyakit AIDS. Seperti terlihat pada gambar 4.2 terdapat beberapa kabupaten/ kota dengan jumlah kasus HIV terbanyak yang ditemukan diantaranya adalah Kota Surabaya, Kota Malang, Kabupaten Jember, Kabupaten Banyuwangi dan Kabupaten Sidoarjo. Kota Surabaya merupakan kota dengan jumlah kasus HIV ditemukan terbanyak yaitu mencapai 1.278 kasus.

Pada penelitian ini, dilakukan penerapan regresi GWPIG pada jumlah kasus baru HIV di propinsi Jawa Timur pada Tahun 2013. Adapun variabel bebas yang dilibatkan dalam penelitian ini seperti terlihat pada lampiran meliputi persentase penduduk miskin di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur (X_1), persentase penduduk dengan pendidikan tertinggi SMA ke atas di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur (X_2), persentase pasangan usia subur yang sedang menggunakan pil KB kondom di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur (X_3), rasio jumlah tenaga kesehatan per 100.000 penduduk di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa

Timur (X_4), rasio jumlah fasilitas kesehatan per 100.000 penduduk di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur (X_5), persentase daerah perkotaan di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur (X_6), dan persentase penduduk usia 25-34 tahun di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur (X_7).

Berdasarkan tabel 4.1 dapat dilihat bahwa pada tahun 2013 di Propinsi Jawa Timur, rata-rata jumlah kasus HIV 122,66 dengan jumlah tertinggi 1278 dan terendah 0 (tidak ditemukan kasus HIV di Kabupaten/ Kota tersebut). Rata-rata persentase penduduk miskin sebesar 12,72% dengan Kabupaten Sampang memiliki persentase tertinggi dan Kota Batu memiliki persentase terendah. Sementara itu, rata-rata persentase penduduk dengan pendidikan SMA ke atas adalah sebesar 25,74 % dengan persentase tertinggi pada kota Madiun dan Kabupaten Sampang memiliki persentase terendah.

Tabel 4.1 Analisis Deskriptif Variabel Respon dan Variabel Prediktor

Variabel	Minimum	Maksimum	Mean	Varians
Y	0	1278	122,66	53657,961
X_1	5	27	12,72	27,069
X_2	7	56	25,74	161,569
X_3	0	7	1,84	1,906
X_4	5	150	29,54	1178,500
X_5	1	15	3,95	9,275
X_6	9	100	43,24	994,581
X_7	14	20	15,91	1,631

Rata-rata persentase pasangan usia subur (PUS) yang sedang menggunakan alat KB kondom sebesar 1,84 persen dengan kota Madiun memiliki persentase tertinggi dan Kabupaten Blitar memiliki persentase terendah. Rata-rata rasio jumlah tenaga kesehatan per 100.000 penduduk sebesar 29,54 dengan Kota Madiun memiliki rasio tertinggi dan Kabupaten Tulungagung memiliki rasio terendah. Rata-rata rasio jumlah fasilitas kesehatan per 100.000 penduduk sebesar 3,95 % dengan Kota

Mojokerto memiliki rasio tertinggi dan Kota Pasuruan memiliki rasio terendah. Rata-rata persentase daerah perkotaan sebesar 43,24 % dengan Kota-kota kecuali Kota Blitar, Kota Probolinggo, dan Kota Batu dimana semua daerahnya berstatus perkotaan sedangkan Kabupaten Sampang memiliki persentase daerah perkotaan terendah. Rata-rata persentase penduduk usia 25-34 tahun sebesar 15,91 % dengan Kota Surabaya memiliki persentase tertinggi dan Kabupaten Pacitan memiliki persentase terendah.

4.3.2. Pemeriksaan Multikolinieritas Variabel Prediktor

Dalam analisis regresi, kasus multikolinieritas memiliki pengaruh besar terhadap hasil estimasi parameter. Oleh sebab itu, sebelum melakukan analisis lebih lanjut dengan PIGR dan GWPIGR, terlebih dahulu akan dilakukan pemeriksaan apakah terdapat kasus multikolinieritas antar variabel prediktor. Beberapa cara untuk memeriksa adanya kasus multikolinieritas adalah dengan melihat nilai korelasi antar variabel prediktor dan juga melihat nilai *Variance Inflation Faktor* (VIF).

Dapat dilihat dari nilai VIF dari tiap variabel prediktor. Berikut adalah nilai VIF dari masing-masing variabel prediktor yang digunakan dalam penelitian ini:

Tabel 4.2 Nilai VIF Variabel Prediktor

Variabel	Nilai VIF
X_1	2,711
X_2	8,453
X_3	3,665
X_4	5,811
X_5	1,655
X_6	6,682
X_7	1,971

Dari Tabel 4.3 dapat dilihat bahwa tidak terjadi multikolinieritas karena tiap-tiap variabel prediktor yang digunakan dalam penelitian ini memiliki nilai VIF yang kurang dari 10.

Sedangkan koefisien korelasi antar variabel respon dengan variabel prediktor sera antara variabel prediktor disajikan dalam tabel 4.2.

Tabel 4.3 Koefisien Korelasi Variabel Respon dan Variabel Prediktor

Korelasi	Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
X ₁	-0,377						
X ₂	0,365	-0,752					
X ₃	0,049	-0,426	0,691				
X ₄	0,440	-0,640	0,870	0,761			
X ₅	-0,044	-0,167	0,351	0,598	0,373		
X ₆	0,416	-0,727	0,878	0,566	0,784	0,335	
X ₇	0,433	-0,281	0,445	0,220	0,476	0,140	0,611

Dari Tabel 4.2 terlihat bahwa dengan $\alpha = 0,1$ beberapa variabel prediktor yang memiliki hubungan dengan variabel respon antara lain presentase penduduk miskin, persentase penduduk dengan pendidikan SMA ke atas, rasio jumlah tenaga kesehatan, persentase daerah perkotaan dan persentase penduduk usia 25-34 tahun. Sementara itu, persentase variabel PUS yang menggunakan kondom dan rasio fasilitas kesehatan tidak memiliki hubungan dengan variabel respon. akan tetapi, variabel tersebut tetap dimasukkan dalam analisis karena secara teori variabel tersebut berpengaruh terhadap variabel respon. Bila dilihat dari koefisien korelasi antar variabel prediktor dapat disimpulkan bahwa tidak terjadi multikolinieritas karena nilai koefisien korelasinya tidak lebih dari 0,95.

4.3.3. Pemodelan Jumlah Kasus Baru HIV di Jawa Timur dengan Regresi PIG

Berdasarkan data, persebaran jumlah kasus baru HIV di Jawa Timur 2013 di seluruh Kab/ Kota mengikuti distribusi PIG. Penaksiran Parameter model regresi PIG menghasilkan nilai taksiran yang bersifat global atau sama untuk masing-masing Kab/ Kota di Jawa Timur, sehingga faktor-faktor yang mempengaruhi terjadinya penyakit HIV diantara ketiga variabel prediktor yang digunakan dianggap sama untuk setiap Kab/ Kota. Berdasarkan hasil taksiran parameter, dibentuk pemodelan regresi PIG dengan variabel-variabel prediktor yaitu presentase penduduk dengan pendidikan SMA ke atas (X_2), presentase PUS yang sedang menggunakan KB kondom (X_3), dan rasio fasilitas kesehatan (X_5).

Tabel 4.4 Penaksiran Parameter Model regresi PIG pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013

Parameter	Taksiran	Z_{hitung}
β_0	-74,8576	
β_1	-85,8861	-2,9673
β_2	13,4817	0,4234
β_3	36,8177	1,1563
β_4	-1,7113	-0,0537
β_5	36,5171	1,1468
β_6	2,3167	0,0728
β_7	-266,4938	-8,3695

*)dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,1$

Hasil dari penaksir parameter diperoleh model PIGR sebagai berikut:

$$\hat{\mu} = \exp \left(\begin{matrix} -74,8576 - 85,8861X_1 + 13,4817X_2 + 36,8177X_3 \\ -1,7113X_4 + 36,5171X_5 + 2,3167X_6 - 266,4938X_7 \end{matrix} \right) \quad (4.59)$$

Pengujian signifikansi parameter secara parsial diperoleh dengan menggunakan persamaan (2.25). Diperoleh nilai Z_{hitung} seperti pada tabel 4.4 di atas. Pada taraf

signifikansi 10% nilai $Z_{(0,1)} = 1,28$, sehingga diperoleh kesimpulan yaitu variabel prediktor yang signifikan untuk jumlah kasus baru HIV di Jawa Timur tahun 2013.

Kebaikan model regresi PIG dapat dilihat dengan nilai devians dari model yang terbentuk. Berdasarkan output pada Lampiran diperoleh $D(\hat{\theta}) = 1.365.880,939$. Nilai χ^2 tabel pada taraf signifikansi 5% dan derajat bebas (df)=7 adalah 14,067. Keputusan pengujian ini adalah tolak H_0 karena nilai $D(\hat{\theta}) > \chi^2_{(0,05;7)}$ yang berarti bahwa seluruh parameter secara bersama-sama mempunyai pengaruh terhadap model. dengan demikian model regresi PIG layak digunakan dalam memodelkan jumlah kasus baru HIV di Jawa Timur tahun 2013. Nilai devians yang sangat besar disebabkan oleh kondisi overdispersi dalam data yang digunakan.

Berdasarkan model 4.59 maka dapat diinterpretasikan sebagai berikut ini. Setiap penambahan 1% variabel X_1 maka akan melipatgandakan rata-rata variabel respon sebesar $\exp(-74,8576 - 85,8861) = 1.54845E - 70$ kali dari rata-rata variabel respon semula bila variabel lain konstan. Dengan kata lain, penambahan 1% dari persentase penduduk miskin maka akan sebanding dengan penurunan rata-rata jumlah kasus baru HIV sebesar $1,5484E-70$ kali dari rata-ratanya semula bila variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% variabel X_7 maka akan melipatgandakan rata-rata variabel respon sebesar $\exp(-74,8576 - 266,4938) = 5,662E - 149$ kali dari rata-rata variabel respon semula bila variabel lain konstan. Dengan kata lain, penambahan 1% dari persentase penduduk usia 25-34 tahun maka akan sebanding dengan penurunan rata-rata jumlah kasus baru HIV sebesar $5,662E-149$ kali dari rata-rata variabel respon semula bila variabel lain konstan. dalam hal ini, interpretasi tidak sesuai dengan teori yang berlaku tentang HIV.

4.3.4. Pemodelan Jumlah Kasus Baru HIV di Jawa Timur tahun 2013 dengan model GWPIGR

Pemodelan GWPIGR melibatkan faktor geografis dari setiap Kabupaten/ Kota. Faktor geografis tersebut diwakili oleh informasi letak geografis dari setiap Kabupaten/ Kota di Jawa Timur yang berupa titik koordinat garis Lintang Selatan (LS) dan Bujur Timur (BT), seperti yang disajikan pada Lampiran. Berdasarkan informasi letak geografis masing-masing Kabupaten/ Kota, kemudian dapat ditentukan jarak *Euclidian* antar Kabupaten/ Kota dengan menggunakan persamaan (2.37). Hasil jarak *Euclidian* untuk masing-masing Kabupaten/ Kota seperti yang disajikan pada Lampiran 17. Fungsi Kernel Yang digunakan dalam pemodelan regresi GWPIGR adalah Fungsi Kernel *Adaptive* Bisquare, *Fixed* Bisquare, *Fixed* Gaussian, dan *Adaptive* Gaussian. Penentuan bandwidth dilakukan dengan metode *Cross Validation* (CV). Setelah diperoleh nilai bandwidth maka diperoleh matriks pembobot spasial dengan memasukkan nilai *bandwidth* dan jarak *Euclidian* ke dalam fungsi kernel. Matriks pembobot spasial yang diperoleh untuk setiap lokasi kemudian digunakan dalam proses mencari penaksir parameter model regresi sehingga setiap lokasi memiliki model yang berbeda-beda.

Pengujian dependensi spasial antar wilayah dilakukan dengan statistik uji Morans'I dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : I = 0$ (tidak ada dependensi spasial)

$H_1 : I \neq 0$ (ada dependensi spasial)

Berdasarkan hasil analisis yang diperoleh dari Lampiran diperoleh *p-value* sebesar 0,2692577. sehingga dapat diambil keputusan gagal tolak H_0 karena *p-value* $> \alpha$, dengan kata lain Jumlah Kasus Baru HIV di Jawa Timur tahun 2013 tidak ada dependensi spasial antar wilayah.

Perbedaan karakteristik antara wilayah yang satu dengan wilayah yang lain menyebabkan terjadi heterogenitas atau keragaman spasial. Adanya keragaman spasial pada data Jumlah Kasus Baru HIV di Jawa Timur tahun 2013 serta faktor-

faktor yang mempengaruhinya diidentifikasi dengan menggunakan pengujian Breuch-pagan dengan hipotesis:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_{38}^2 = \sigma^2$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \sigma_1^2 \neq \sigma^2$$

Berdasarkan output pada Lampiran 6 dan dengan menyelesaikan persamaan (2.31) diperoleh nilai statistik uji Breuch-Pagan sebesar 18,3387 dengan *p-value* 0,01053. dengan menggunakan taraf signifikansi 5% diperoleh χ^2 tabel sebesar 14,06714 diperoleh keputusan tolak H_0 . dengan kata lain Jumlah Kasus Baru HIV di Jawa Timur tahun 2013 mempunyai heterogenitas atau keragaman spasial antar wilayah.

Pemodelan jumlah kasus baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013 dengan menggunakan GWPIGR bertujuan untuk melihat signifikansi faktor geografis terhadap model. Untuk mengetahui signifikansi faktor geografis yang dilibatkan pada pemodelan, dilakukan pengujian kesamaan model GWPIGR dengan PIGR dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_l(u_i, v_i) = \beta_l \quad \text{dengan } l = 1, 2, \dots, 38$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_l(u_i, v_i) \neq \beta_l$$

Berdasarkan nilai devians pada model global PIGR didapatkan nilai $D(\hat{\theta})/df_1 = 195.125,8484$, sehingga dari hasil analisis diperoleh hasil uji kesamaan dari kedua model dan disajikan dalam Tabel 4.5 berikut.

Tabel 4.5 Hasil Uji Kesamaan Model PIGR dan GWPIGR

Model	Devians	df	Devians/df	F _{hit}	F _{tabel}
GWPIGR Adaptive Bisquare	150.370,0791	7	21481,43987	9,083	3,79
GWPIGR Fixed Bisquare	296.129,1308	7	42.304,1615	4,612	

Tabel 4.5 (Lanjutan)

Model	Devians	df	Devians/df	F _{hit}	F _{tabel}
GWPIGR Fixed Gaussian	340.399,7867	7	48.628,5409	4,012	3,79
GWPIGR Adaptive Gaussian	192.161,8016	7	27451,6859	7,108	

Nilai F_{hitung} pada tabel di atas diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (4.53). Dengan tingkat signifikansi 5% diperoleh $F_{tabel}=3,79$. Keputusan pengujian ini adalah tolak H_0 karena nilai $F_{hitung} > F_{tabel}$ yang berarti bahwa terdapat perbedaan yang signifikan antara model GWPIGR dan PIGR.

Pengujian signifikansi model GWPIGR dengan pembobot *Adaptive* Bisquare secara serentak dilakukan untuk menguji apakah secara bersama-sama variabel prediktor berpengaruh terhadap model. Hipotesis yang digunakan dalam pengujian signifikansi model GWPIGR secara serentak adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_1(u_i, v_i) = \dots = \beta_{38}(u_i, v_i)$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_l(u_i, v_i) \neq 0 \text{ dengan } l = 1, 2, \dots, 38$$

Dengan menggunakan persamaan (4.59) dan berdasarkan hasil analisis pada Tabel 4.5 diperoleh nilai devians untuk pembobot *Adaptive* Bisquare sebesar 150.370,0791. Pada taraf signifikansi 5% dan dengan derajat bebas $df=7$ diperoleh χ^2 tabel sebesar 14,067 sehingga dapat diambil keputusan bahwa tolak H_0 karena nilai $G_{hitung} > \chi^2_{(0,05;7)}$ yang berarti bahwa seluruh parameter bersama-sama mempunyai pengaruh terhadap model. Begitu juga dengan nilai devians untuk model GWPIGR yang menggunakan pembobot *Fixed* Bisquare, *Fixed* Gaussian, dan *Adaptive* Gaussian. Dengan demikian model GWPIGR layak digunakan dalam memodelkan jumlah kasus baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013. Nilai devians yang sangat besar disebabkan oleh kondisi overdispersi dalam data yang digunakan.

Pengujian signifikansi model GWPIGR dengan pembobot *Adaptive* Bisquare secara parsial dilakukan untuk mengetahui faktor-faktor apa saja yang berpengaruh signifikan di setiap wilayah. Hipotesis yang digunakan dalam pengujian signifikansi model GWPIGR secara parsial adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_l(u_j, v_j) = 0$$

$$H_1 : \beta_l(u_j, v_j) \neq 0 \quad \text{dengan } l = 1, 2, \dots, 38$$

a. GWPIGR dengan pembobot *Adaptive* Bisquare

Dengan menggunakan persamaan (4.60), diperoleh parameter yang signifikan pada masing-masing Kabupaten/ Kota. Hasil taksiran parameter model GWPIGR selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 8. Setelah diperoleh parameter yang signifikan maka diperoleh pula variabel yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kasus baru HIV di Propinsi Jawa Timur. Variabel yang signifikan untuk masing-masing Kabupaten/ Kota selengkapnya akan disajikan dalam Tabel 4.6 berikut:

Tabel 4.6 Variabel yang signifikan di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur menggunakan *Adaptive* Bisquare.

No	Kabupaten/ Kota	HIV	No	Kabupaten/ Kota	HIV
1	Kab. Pacitan	X ₂	20	Kab. Magetan	X ₇
2	Kab. Ponorogo	X ₁ , X ₇	21	Kab. Ngawi	X ₆
3	Kab. Trenggalek	X ₆	22	Kab. Bojonegoro	X ₅
4	Kab. Tulungagung	X ₄ , X ₇	23	Kab. Tuban	X ₄
5	Kab. Blitar	X ₄ , X ₇	24	Kab. Lamongan	X ₃ , X ₅
6	Kab. Kediri	X ₆	25	Kab. Gresik	X ₂ , X ₄
7	Kab. Malang	X ₂ , X ₅ , X ₇	26	Kab. Bangkalan	X ₁ , X ₃
8	Kab. Lumajang	X ₁ , X ₄ , X ₆	27	Kab. Sampang	X ₂
9	Kab. Jember	X ₃ , X ₅	28	Kab. Pamekasan	X ₁
10	Kab. Banyuwangi	X ₂	29	Kab. Sumenep	X ₇
11	Kab. Bondowoso	X ₇	30	Kota Kediri	X ₆
12	Kab. Situbondo	X ₆	31	Kota Blitar	X ₅ , X ₇
13	Kab. Probolinggo	X ₇	32	Kota Malang	X ₆
14	Kab. Pasuruan	X ₄ , X ₆	33	Kota Probolinggo	X ₃ , X ₅
15	Kab. Sidoarjo	X ₃ , X ₅	34	Kota Pasuruan	X ₂ , X ₃

Tabel 4.6 (Lanjutan)

No	Kabupaten/ Kota	HIV	No	Kabupaten/ Kota	HIV
16	Kab. Mojokerto	X ₂ ,X ₄	35	Kota Mojokerto	X ₁ , X ₃
17	Kab. Jombang	X ₁ , X ₃	36	Kota Madiun	X ₂
18	Kab. Nganjuk	X ₂	37	Kota Surabaya	X ₁
19	Kab. Madiun	X ₁	38	Kota Batu	X ₇

Pada Tabel 4.6 menjelaskan bahwa pembobot fungsi *Adaptive* Bisquare Kernel pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013 menghasilkan 16 kelompok Kabupaten/ Kota berdasarkan kesamaan variabel prediktor yang signifikan. Selengkapnya pembagian kelompok tersebut dijelaskan oleh Tabel 4.7 berikut.

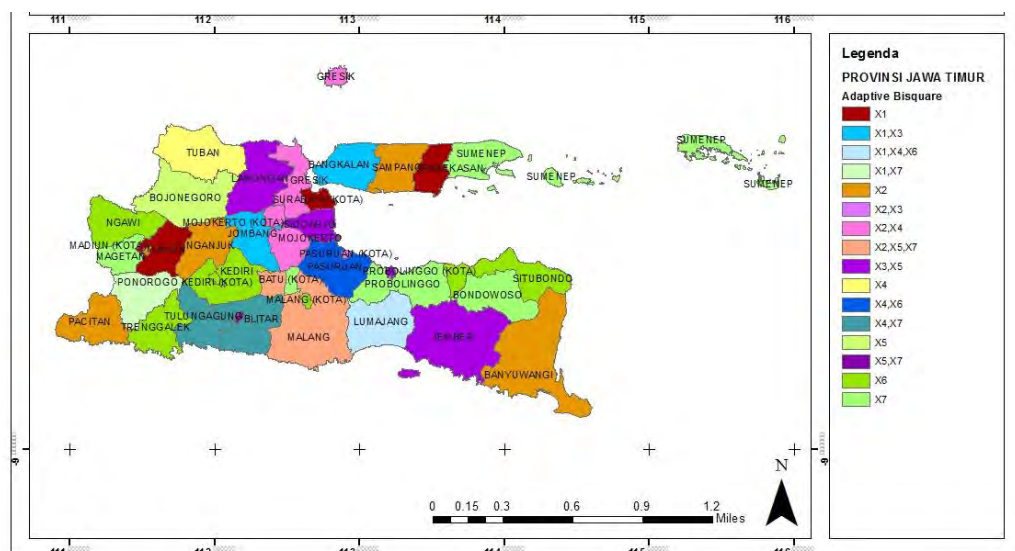
Tabel 4.7 Pengelompokan Kabupaten/ Kota Pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur 2013 dengan pembobot *Adaptive* Bisquare

Kelompok	Kabupaten/ Kota	HIV
1	Kab. Madiun, Kab. Pamekasan, Kota Surabaya	X ₁
2	Kab. Pacitan, Kab. Banyuwangi, Kab. Nganjuk, Kab. Sampang, Kota Madiun	X ₂
3	Kab. Tuban	X ₄
4	Kab. Bojonegoro	X ₅
5	Kab. Trenggalek, Kab. Kediri, Kab. Situbondo, Kab. Ngawi, Kota Kediri, Kota Malang	X ₆
6	Kab. Bondowoso, Kab. Probolinggo, Kab. Magetan, Kab. Sumenep, Kota Batu	X ₇
7	Kab. Ponorogo	X ₁ , X ₇
8	Kab. Jombang, Kab. Bangkalan, Kota Mojokerto	X ₁ , X ₃
9	Kab. Lumajang	X ₁ , X ₄ , X ₆
10	Kota Pasuruan	X ₂ , X ₃
11	Kab. Mojokerto, Kab. Gresik	X ₂ , X ₄
12	Kab. Malang	X ₂ , X ₅ , X ₇
13	Kab. Jember, Kab. Sidoarjo, Kab. Lamongan, Kota Probolinggo	X ₃ , X ₅ ,

Tabel. 4.7 (Lanjutan)

Kelompok	Kabupaten/ Kota	HIV
14	Kab. Pasuruan	X ₄ , X ₆
15	Kab. Tulungagung, Kab. Blitar	X ₄ , X ₇
16	Kota Biltar	X ₅ , X ₇

Pengelompokan Kabupaten/ Kota pada Tabel 4.7 jika digambarkan dalam peta Jawa Timur adalah sebagai berikut.



Gambar 4.2 Peta Pengelompokan Kabupaten/ Kota berdasarkan variabel yang signifikan pada Jumlah Kasus Baru HIV dengan pembobot *Adaptive Bisquare*.

Berdasarkan pengujian parameter secara parsial, sebagai contoh akan disajikan pengujian parameter pada lokasi penelitian Kota Surabaya pada Tabel 4.8 berikut:

Tabel 4.8 Pengujian Parameter Model GWPIGR di Kota Surabaya dengan Pembobot *Adaptive Bisquare*.

Parameter	Taksiran	Z_{hitung}
β_0	156,321458	
β_1	165,191983	8,388918
β_2	-156,27355	-0,7936
β_3	9,81105197	0,049823
β_4	-187,66646	-0,95302
β_5	-22,422313	-0,11387
β_6	67,3829225	0,34219
β_7	-9,0586575	-0,046

*) dengan taraf signifikan 10%

Berdasarkan Tabel 4.8 maka dapat disimpulkan bahwa terdapat 1 variabel yang signifikan pada model GWPIGR. sehingga bentuk model GWPIGR untuk Kota Surabaya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_1 = \exp \left(156,321458 + 165,191983X_1 - 156,27355X_2 + 9,81105197X_3 - 187,66646X_4 - 22,422313X_5 + 67,3829225X_6 - 9,0586575X_7 \right) \quad (4.60)$$

Dari model persamaan (4.60) dapat disimpulkan bahwa setiap penambahan 1% penduduk miskin di Kota Surabaya maka akan melipatgandakan rata-rata variabel respon sebesar $\exp(156,321458+165,191983)=4,2745E+139$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Dengan kata lain, penambahan 1% dari presentase penduduk miskin maka akan sebanding dengan peningkatan rata-rata jumlah kasus baru HIV sebesar $4,2745E+139$ kali dari rata-ratanya semula bila variabel lain konstan. Dari hasil analisis terlihat bahwa variabel X_1 sudah sesuai dalam mempengaruhi jumlah kasus baru HIV.

b. GWPIGR dengan pembobot *Adaptive Bisquare*

Apabila menggunakan pembobot *Fixed Bisquare* pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur, maka variabel yang signifikan untuk masing-masing Kabupaten/ Kota dapat disajikan melalui Tabel 4.9 berikut:

Tabel 4.9 Variabel yang signifikan di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur menggunakan *Fixed Bisquare*

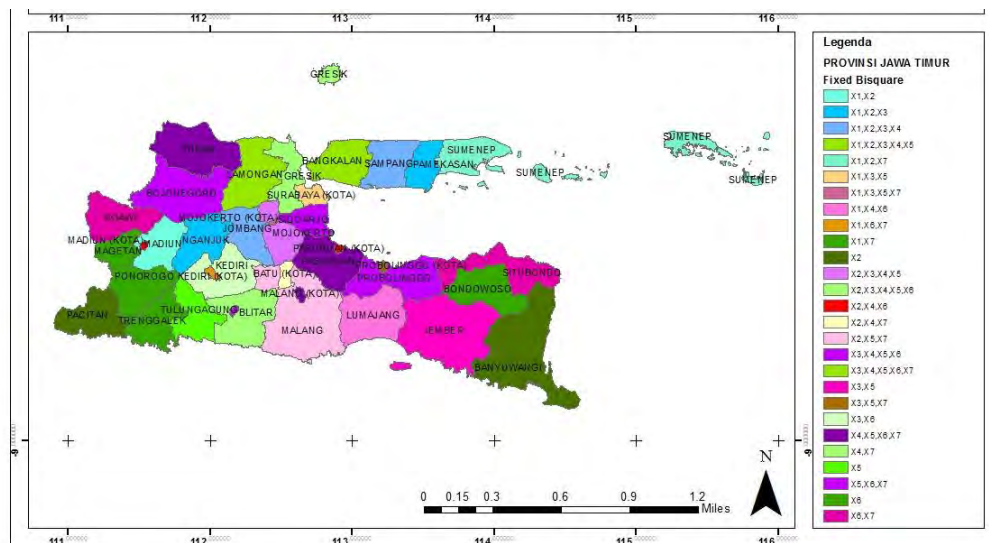
No	Kab/ Kota	HIV	No	Kab/ Kota	HIV
1	Kab. Pacitan	X ₂	20	Kab. Magetan	X ₁ , X ₇
2	Kab. Ponorogo	X ₁ , X ₇	21	Kab. Ngawi	X ₆ , X ₇
3	Kab. Trenggalek	X ₆	22	Kab. Bojonegoro	X ₅ , X ₆ , X ₇
4	Kab. Tulungagung	X ₅	23	Kab. Tuban	X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₇
5	Kab. Blitar	X ₄ , X ₇	24	Kab. Lamongan	X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₇
6	Kab. Kediri	X ₃ , X ₆	25	Kab. Gresik	X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆
7	Kab. Malang	X ₂ , X ₅ , X ₇	26	Kab. Bangkalan	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅
8	Kab. Lumajang	X ₁ , X ₄ , X ₆	27	Kab. Sampang	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄
9	Kab. Jember	X ₃ , X ₅	28	Kab. Pamekasan	X ₁ , X ₂ , X ₃
10	Kab. Banyuwangi	X ₂	29	Kab. Sumenep	X ₁ , X ₂ , X ₇
11	Kab. Bondowoso	X ₁ , X ₇	30	Kota Kediri	X ₁ , X ₆ , X ₇
12	Kab. Situbondo	X ₆ , X ₇	31	Kota Blitar	X ₅ , X ₆ , X ₇
13	Kab. Probolinggo	X ₅ , X ₆ , X ₇	32	Kota Malang	X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₇
14	Kab. Pasuruan	X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₇	33	Kota Probolinggo	X ₃ , X ₅ , X ₇
15	Kab. Sidoarjo	X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆	34	Kota Pasuruan	X ₂ , X ₄ , X ₆
16	Kab. Mojokerto	X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅	35	Kota Mojokerto	X ₁ , X ₃ , X ₅ , X ₇
17	Kab. Jombang	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄	36	Kota Madiun	X ₂ , X ₄ , X ₆
18	Kab. Nganjuk	X ₁ , X ₂ , X ₃	37	Kota Surabaya	X ₁ , X ₃ , X ₅
19	Kab. Madiun	X ₁ , X ₂	38	Kota Batu	X ₂ , X ₄ , X ₇

Pada tabel 4.9 menjelaskan bahwa pembobot fungsi *Fixed Bisquare* pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013 menghasilkan 27 kelompok Kabupten/ Kota berdasarkan kesamaan variabel prediktor yang signifikan. Selengkapnya pembagian kelompok tersebut dijelaskan oleh Tabel 4.10 berikut.

Tabel 4.10 Pengelompokan Kabupaten/ Kota Pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur 2013 dengan pembobot *Fixed* Bisquare

Kelompok	Kabupaten/ Kota	HIV
1	Kab. Pacitan, Kab. Banyuwangi	X ₂
2	Kab. Ponorogo, Kab. Bondowoso, Kab. Magetan	X ₁ , X ₇
3	Kab. Trenggalek	X ₆
4	Kab. Tulungagung	X ₅
5	Kab. Blitar	X ₄ , X ₇
6	Kab. Kediri	X ₃ , X ₆
7	Kab. Malang	X ₂ , X ₅ , X ₇
8	Kab. Lumajang	X ₁ , X ₄ , X ₆
9	Kab. Jember	X ₃ , X ₅
10	Kab. Situbondo, Kab. Ngawi	X ₆ , X ₇
11	Kab. Probolinggo, Kab. Bojonegoro, Kota Blitar	X ₅ , X ₆ , X ₇
12	Kab. Pasuruan, Kab. Tuban, Kota Malang	X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₇
13	Kab. Sidoarjo	X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆
14	Kab. Mojokerto	X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅
15	Kab. Jombang, Kab. Sampang	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄
16	Kab. Nganjuk, Kab. Pamekasan	X ₁ , X ₂ , X ₃
17	Kab. Madiun	X ₁ , X ₂
18	Kab. Lamongan	X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆ , X ₇
19	Kab. Gresik	X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅ , X ₆
20	Kab. Bangkalan	X ₁ , X ₂ , X ₃ , X ₄ , X ₅
21	Kab. Sumenep	X ₁ , X ₂ , X ₇
22	Kota Kediri	X ₁ , X ₆ , X ₇
23	Kota Probolinggo	X ₃ , X ₅ , X ₇
24	Kota Pasuruan, Kota Madiun	X ₂ , X ₄ , X ₆
25	Kota Mojokerto	X ₁ , X ₃ , X ₅ , X ₇
26	Kota Surabaya	X ₁ , X ₃ , X ₅
27	Kota Batu	X ₂ , X ₄ , X ₇

Pengelompokan Kabupaten/ Kota pada Tabel 4.10 jika digambarkan dalam peta Jawa Timur adalah sebagai berikut.



Gambar 4.3 Peta pengelompokan Kabupaten/ Kota berdasarkan variabel yang signifikan pada Jumlah Kasus Baru HIV dengan pembobot *Fixed Bisquare*.

Berdasarkan pengujian parameter secara parsial, sebagai contoh akan disajikan pengujian parameter pada lokasi penelitian yang pertama yaitu Kota Surabaya pada Tabel 4.11 berikut:

Tabel 4.11 Pengujian Parameter Model GWPIGR di Kota Surabaya dengan Pembobot *Fixed Bisquare*.

Parameter	Taksiran	Z_{hitung}
β_0	146,105	
β_1	310,3545	1,706724
β_2	-166,708	-0,91677
β_3	-608,006	-3,34359
β_4	-96,0987	-0,52847
β_5	-148,244	-8,15234
β_6	124,1067	0,682497
β_7	30,81177	0,169442

Berdasarkan Tabel 4.11 maka dapat disimpulkan bahwa terdapat 3 variabel yang signifikan pada model GWPIGR. sehingga bentuk model GWPIGR untuk Kota Surabaya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_1 = \exp \left(\begin{matrix} 146,105 + 310,3545X_1 - 166,708X_2 - 608,006X_3 \\ -96,0987X_4 - 148,244X_5 + 124,1067X_6 + 30,81177X_7 \end{matrix} \right) \quad (4.61)$$

Dari model persamaan (4.61) dapat disimpulkan bahwa setiap penambahan 1% penduduk miskin di Kota Surabaya maka akan melipatgandakan rata-rata variabel respon sebesar $\exp(146,105+310,3545)=1,729E+198$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Dengan kata lain, penambahan 1% dari presentase penduduk miskin (X_1) maka akan sebanding dengan peningkatan rata-rata jumlah kasus baru HIV sebesar $1,729E+198$ kali dari rata-ratanya semula bila variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% PUS yang sedang menggunakan KB kondom maka akan melipatgandakan rata-rata variabel respon sebesar $\exp(146,105-608,006)=2.5209E-201$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Dengan kata lain, penambahan 1% dari presentase PUS yang sedang menggunakan KB kondom (X_3) maka akan sebanding dengan penurunan rata-rata jumlah kasus baru HIV sebesar $2.5209E-201$ kali dari rata-ratanya semula bila variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% rasio jumlah fasilitas kesehatan per 100.000 penduduk maka akan melipatgandakan rata-rata variabel respon sebesar $\exp(146,105-148,244) = 0,117772557$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Dengan kata lain, penambahan 1% dari presentase rasio jumlah fasilitas kesehatan (X_5) maka akan sebanding dengan penurunan rata-rata jumlah kasus baru HIV sebesar $0,117772557$ kali dari rata-rata semula bila variabel lainnya konstan. Dari hasil analisis terlihat bahwa variabel X_1 dan X_3 sudah sesuai dalam mempengaruhi jumlah kasus baru HIV.

c. GWPIGR dengan pembobot *Fixed Gaussian*

Apabila menggunakan pembobot *Fixed Gaussian* pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur, maka variabel yang signifikan untuk masing-masing Kabupaten/ Kota dapat disajikan melalui Tabel 4.12 berikut:

Tabel 4.12 Variabel yang signifikan di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur menggunakan *Fixed Gaussian*

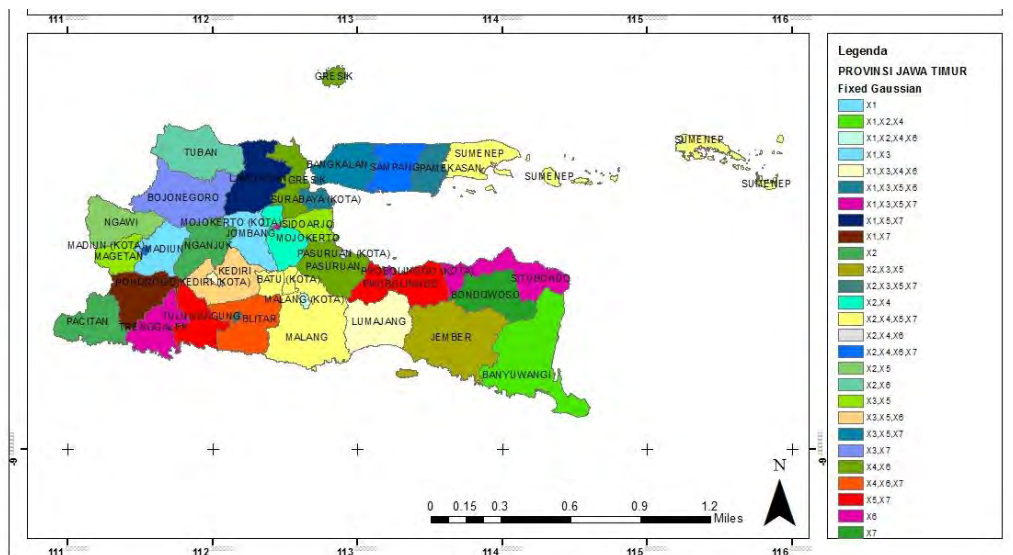
No	Kab/ Kota	HIV	No	Kab/ Kota	HIV
1	Kab. Pacitan	X ₂	20	Kab. Magetan	X ₃ , X ₅
2	Kab. Ponorogo	X ₁ , X ₇	21	Kab. Ngawi	X ₂ , X ₄
3	Kab. Trenggalek	X ₆	22	Kab. Bojonegoro	X ₃ , X ₇
4	Kab. Tulungagung	X ₅ , X ₇	23	Kab. Tuban	X ₂ , X ₆
5	Kab. Blitar	X ₄ , X ₆ , X ₇	24	Kab. Lamongan	X ₁ , X ₅ , X ₇
6	Kab. Kediri	X ₃ , X ₅ , X ₆	25	Kab. Gresik	X ₄ , X ₆
7	Kab. Malang	X ₂ , X ₄ , X ₅ , X ₇	26	Kab. Bangkalan	X ₃ , X ₅ , X ₇
8	Kab. Lumajang	X ₁ , X ₃ , X ₄ , X ₆	27	Kab. Sampang	X ₂ , X ₄ , X ₆ , X ₇
9	Kab. Jember	X ₂ , X ₃ , X ₅	28	Kab. Pamekasan	X ₁ , X ₃ , X ₅ , X ₆
10	Kab. Banyuwangi	X ₁ , X ₂ , X ₄	29	Kab. Sumenep	X ₂ , X ₄ , X ₅ , X ₇
11	Kab. Bondowoso	X ₇	30	Kota Kediri	X ₁ , X ₃ , X ₄ , X ₆
12	Kab. Situbondo	X ₆	31	Kota Blitar	X ₂ , X ₃ , X ₅ , X ₇
13	Kab. Probolinggo	X ₅	32	Kota Malang	X ₁ , X ₂ , X ₄ , X ₆
14	Kab. Pasuruan	X ₄ , X ₆	33	Kota Probolinggo	X ₁ , X ₃ , X ₅ , X ₇
15	Kab. Sidoarjo	X ₃ , X ₅	34	Kota Pasuruan	X ₂ , X ₄ , X ₆
16	Kab. Mojokerto	X ₂ , X ₄	35	Kota Mojokerto	X ₁ , X ₃ , X ₅ , X ₇
17	Kab. Jombang	X ₁ , X ₃	36	Kota Madiun	X ₂ , X ₄ , X ₆ , X ₇
18	Kab. Nganjuk	X ₂	37	Kota Surabaya	X ₁ , X ₃ , X ₅ , X ₆
19	Kab. Madiun	X ₁	38	Kota Batu	X ₂ , X ₄ , X ₅ , X ₇

Pada tabel 4.12 menjelaskan bahwa pembobot fungsi *Fixed Gaussian* pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013 menghasilkan 27 kelompok Kabupaten/ Kota berdasarkan kesamaan variabel prediktor yang signifikan. Selengkapnya pembagian kelompok tersebut dijelaskan oleh Tabel 4.13 berikut.

Tabel 4.13 Pengelompokan Kabupaten/ Kota Pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur 2013 dengan pembobot *Fixed Gaussian*

Kelompok	Kabupaten/ Kota	HIV
1	Kab. Pacitan, Kab. Nganjuk	X ₂
2	Kab. Ponorogo	X ₁ , X ₇
3	Kab. Trenggalek, Kab. Situbondo	X ₆
4	Kab. Tulungagung, Kab. Probolinggo	X ₅ , X ₇
5	Kab. Blitar	X ₄ , X ₆ , X ₇
6	Kab. Kediri	X ₃ , X ₅ , X ₆
7	Kab. Malang, Kota Batu, Kab. Sumenep	X ₂ , X ₄ , X ₅ , X ₇
8	Kab. Lumajang, Kota Kediri	X ₁ , X ₃ , X ₄ , X ₆
9	Kab. Jember	X ₂ , X ₃ , X ₅
10	Kab. Banyuwangi	X ₁ , X ₂ , X ₄
11	Kab. Bondowoso	X ₇
12	Kab. Pasuruan, Kab. Gresik	X ₄ , X ₆
13	Kab. Sidoarjo, Kab. Magetan	X ₃ , X ₅
14	Kab. Mojokerto	X ₂ , X ₄
15	Kab. Jombang	X ₁ , X ₃
17	Kab. Ngawi	X ₂ , X ₅
18	Kab. Bojonegoro	X ₃ , X ₇
19	Kab. Tuban	X ₂ X ₆
20	Kab. Lamongan	X ₁ , X ₅ , X ₇
21	Kab. Bangkalan	X ₃ , X ₅ , X ₇
22	Kab. Sampang, Kota Madiun	X ₂ , X ₄ , X ₆ , X ₇
23	Kab. Pamekasan, Kota Surabaya	X ₁ , X ₃ , X ₅ , X ₆
24	Kota Biltar	X ₂ , X ₃ , X ₅ , X ₇
25	Kota Malang	X ₁ , X ₂ , X ₄ , X ₆
26	Kota Probolinggo, Kota Mojokerto	X ₁ , X ₃ , X ₅ , X ₇
27	Kota Pasuruan	X ₂ , X ₄ , X ₆

Pengelompokan Kabupaten/ Kota pada Tabel 4.13 jika digambarkan dalam peta Jawa Timur adalah sebagai berikut:



Gambar 4.4 Peta Pengelompokan Kabupaten/ Kota berdasarkan variabel yang signifikan pada Jumlah Kasus Baru HIV dengan pembobot *Fixed Gaussian*.

Berdasarkan pengujian parameter secara parsial, sebagai contoh akan disajikan pengujian parameter pada lokasi penelitian yang pertama yaitu Kota Surabaya pada Tabel 4.14 berikut:

Tabel 4.14 Pengujian Parameter Model GWPIGR di Kota Surabaya dengan Pembobot *Fixed Gaussian*

Parameter	Taksiran	Z_{hitung}
β_0	-8,79986	
β_1	592,2689	1,616058
β_2	-80,9408	-0,22092
β_3	233,2967	6,365643
β_4	71,05668	0,193962
β_5	-687,97	-1,87692
β_6	-998,101	-2,72327
β_7	39,02059	0,106476

Berdasarkan Tabel 4.14 maka dapat disimpulkan bahwa terdapat 4 variabel yang signifikan pada model GWPIGR. Sehingga bentuk model GWPIGR untuk Kota Surabaya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_1 = \exp \left(\begin{matrix} -8,79986 + 592,2689X_1 - 80,9408X_2 + 233,2967X_3 \\ +71,05668X_4 - 687,97X_5 - 99,8101X_6 + 39,02059X_7 \end{matrix} \right) \quad (4.62)$$

Dari model persamaan (4.62) dapat disimpulkan bahwa setiap penambahan 1% penduduk miskin di Kota Surabaya maka akan melipatgandakan rata-rata variabel respon sebesar $\exp(-8,79986+592,2689)=2,4968E+253$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Dengan kata lain, penambahan 1% dari presentase penduduk miskin (X_1) maka akan sebanding dengan peningkatan rata-rata jumlah kasus baru HIV sebesar $2,4968E+253$ kali dari rata-ratanya semula bila variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% PUS yang sedang menggunakan KB kondom maka akan melipatgandakan rata-rata variabel respon sebesar $\exp(-8,79986+233,2967)=3,14586E+97$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Dengan kata lain, penambahan 1% dari presentase PUS yang sedang menggunakan KB kondom (X_3) maka akan sebanding dengan peningkatan rata-rata jumlah kasus baru HIV sebesar $3,14586E+97$ kali dari rata-ratanya semula bila variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% rasio jumlah fasilitas kesehatan per 100.000 penduduk maka akan melipatgandakan rata-rata variabel respon sebesar $\exp(-8,79986-687,97)=2,4928E-303$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Dengan kata lain, penambahan 1% dari presentase rasio jumlah fasilitas kesehatan (X_5) maka akan sebanding dengan penurunan rata-rata jumlah kasus baru HIV sebesar $2,4928E-303$ dari rata-rata semula bila variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% persentase daerah perkotaan maka akan melipatgandakan rata-rata variabel respon sebesar $\exp(-8,79986-99,8101)=6,781E-48$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Dengan kata lain, penambahan 1% dari presentase daerah perkotaan (X_6) maka akan sebanding

dengan penurunan rata-rata jumlah kasus baru HIV. Dari hasil analisis terlihat bahwa variabel X_1 dan X_5 sudah sesuai dalam mempengaruhi jumlah kasus baru HIV.

d. GWPIGR dengan Pembobot *Adaptive Gaussian*

Apabila menggunakan pembobot *Adaptive Gaussian* pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur, maka variabel yang signifikan untuk masing-masing Kabupaten/ Kota dapat disajikan melalui Tabel 4.15 berikut:

Tabel 4.15 Variabel yang signifikan di tiap Kabupaten/ Kota di Propinsi Jawa Timur menggunakan *Adaptive Gaussian*

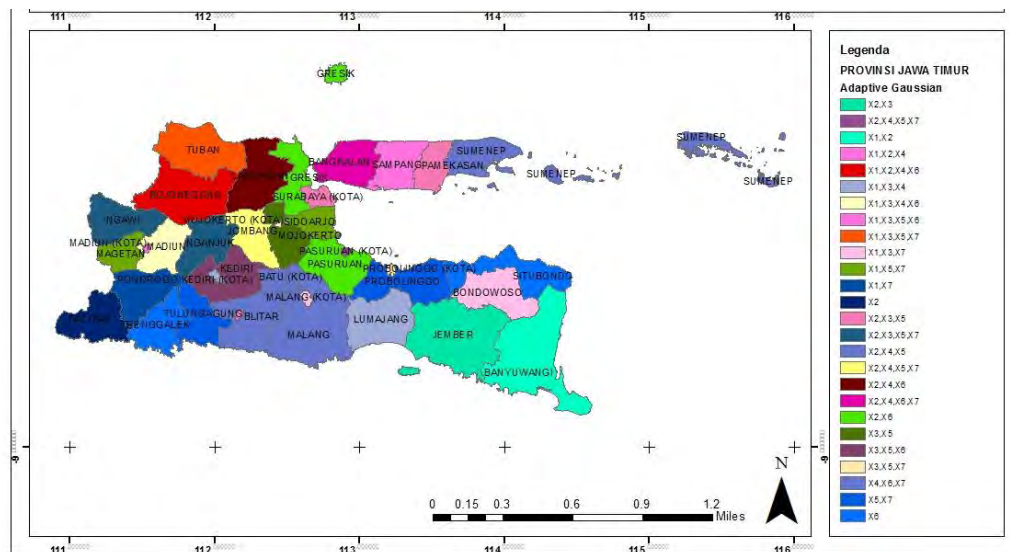
No	Kab/ Kota	HIV	No	Kab/ Kota	HIV
1	Kab. Pacitan	X_2	20	Kab. Magetan	X_1, X_3, X_5, X_7
2	Kab. Ponorogo	X_1, X_7	21	Kab. Ngawi	X_2, X_4, X_6
3	Kab. Trenggalek	X_6	22	Kab. Bojonegoro	X_1, X_3, X_5, X_7
4	Kab. Tulungagung	X_5, X_7	23	Kab. Tuban	X_2, X_4, X_6, X_7
5	Kab. Blitar	X_4, X_6, X_7	24	Kab. Lamongan	X_1, X_3, X_5, X_6
6	Kab. Kediri	X_3, X_5, X_6	25	Kab. Gresik	X_2, X_4, X_5, X_7
7	Kab. Malang	X_2, X_4, X_5	26	Kab. Bangkalan	X_1, X_3, X_4, X_6
8	Kab. Lumajang	X_1, X_3, X_4	27	Kab. Sampang	X_2, X_3, X_5
9	Kab. Jember	X_2, X_3	28	Kab. Pamekasan	X_1, X_2, X_4
10	Kab. Banyuwangi	X_1, X_2	29	Kab. Sumenep	X_1, X_3, X_7
11	Kab. Bondowoso	X_1, X_3, X_7	30	Kota Kediri	X_2, X_6
12	Kab. Situbondo	X_2, X_6	31	Kota Blitar	X_1, X_5, X_7
13	Kab. Probolinggo	X_1, X_5, X_7	32	Kota Malang	X_4, X_6, X_7
14	Kab. Pasuruan	X_4, X_6, X_7	33	Kota Probolinggo	X_3, X_5, X_7
15	Kab. Sidoarjo	X_3, X_5	34	Kota Pasuruan	X_2, X_4, X_5, X_7
16	Kab. Mojokerto	X_2, X_4, X_5, X_7	35	Kota Mojokerto	X_1, X_3, X_4, X_6
17	Kab. Jombang	X_1, X_3, X_4, X_6	36	Kota Madiun	X_2, X_3, X_5
18	Kab. Nganjuk	X_2, X_3, X_5, X_7	37	Kota Surabaya	X_1, X_2, X_4
19	Kab. Madiun	X_1, X_2, X_4, X_6	38	Kota Batu	X_1, X_3, X_7

Pada tabel 4.15 menjelaskan bahwa pembobot fungsi *Adaptive Gaussian* pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013 menghasilkan 28 kelompok Kabupaten/ Kota berdasarkan kesamaan variabel prediktor yang signifikan. Selengkapnya pembagian kelompok tersebut dijelaskan oleh Tabel 4.16 berikut.

Tabel 4.16 Pengelompokan Kabupaten/ Kota Pada Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur 2013 dengan pembobot *Adaptive Gaussian*

Kelompok	Kabupaten/ Kota	HIV
1	Kab. Pacitan	X_2
2	Kab. Ponorogo	X_1, X_7
3	Kab. Trenggalek, Kab. Situbondo	X_6
4	Kab. Tulungagung, Kab. Probolinggo	X_5, X_7
5	Kab. Blitar	X_4, X_6, X_7
6	Kab. Kediri	X_3, X_5, X_6
7	Kab. Malang, Kota Batu, Kab. Sumenep	X_2, X_4, X_5
8	Kab. Lumajang, Kota Kediri	X_1, X_3, X_4
9	Kab. Jember	X_2, X_3
10	Kab. Banyuwangi	X_1, X_2
11	Kab. Bondowoso	X_1, X_3, X_7
12	Kab. Pasuruan, Kab. Gresik	X_2, X_6
13	Kab. Sidoarjo, Kab. Magetan	X_1, X_5, X_7
14	Kab. Mojokerto	X_3, X_5
15	Kab. Jombang	X_2, X_4, X_5, X_7
16	Kab. Madiun	X_1, X_3, X_4, X_6
17	Kab. Ngawi	X_2, X_3, X_5, X_7
18	Kab. Bojonegoro	X_1, X_2, X_4, X_6
19	Kab. Tuban	X_1, X_3, X_5, X_7
20	Kab. Lamongan	X_2, X_4, X_6
21	Kab. Bangkalan	X_2, X_4, X_6, X_7
22	Kab. Sampang, Kota Madiun	X_1, X_3, X_5, X_6
23	Kab. Pamekasan, Kota Surabaya	X_2, X_3, X_5
24	Kota Biltar	X_1, X_2, X_4
25	Kota Malang	X_1, X_3, X_7
26	Kota Probolinggo, Kota Mojokerto	X_3, X_5, X_7
27	Kab. Nganjuk	X_2, X_3, X_5, X_7
28	Kota Pasuruan	X_2, X_4, X_5, X_7

Pengelompokan Kabupaten/ Kota pada Tabel 4.16 jika digambarkan dalam peta Jawa Timur adalah sebagai berikut.



Gambar 4.5 Peta pengelompokan Kabupaten/ Kota berdasarkan variabel yang signifikan pada Jumlah Kasus Baru HIV dengan pembobot *Adaptive Gaussian*.

Berdasarkan pengujian parameter secara parsial, sebagai contoh akan disajikan pengujian parameter pada lokasi penelitian yang pertama yaitu Kota Surabaya pada Tabel 4.17 berikut.

Tabel 4.17 Pengujian Parameter Model GWPIGR di Kota Surabaya dengan Pembobot *Adaptive Gaussian*

Parameter	Taksiran	Z_{hitung}
β_0	57,66019	
β_1	-304,952	-4,63645
β_2	-171,067	-2,60087
β_3	62,2339	0,946197
β_4	-517,484	-7,86776
β_5	-49,3226	-0,74989
β_6	11,26128	0,171215
β_7	-17,0658	-0,25947

Berdasarkan Tabel 4.17 maka dapat disimpulkan bahwa terdapat 3 variabel yang signifikan pada model GWPIGR. Sehingga bentuk model GWPIGR untuk Kota Surabaya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_1 = \exp \left(\begin{matrix} 57,66019 - 304,952X_1 - 171,067X_2 + 62,2339X_3 \\ -517,484X_4 - 49,3226X_5 + 11,26128X_6 - 17,0658X_7 \end{matrix} \right) \quad (4.63)$$

Dari model persamaan (4.63) dapat disimpulkan bahwa setiap penambahan 1% penduduk miskin di Kota Surabaya maka akan melipatgandakan rata-rata variabel respon sebesar $\exp(57,66019-304,952)=4,0043E-108$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Dengan kata lain, penambahan 1% dari presentase penduduk miskin (X_1) maka akan sebanding dengan penurunan rata-rata jumlah kasus baru HIV sebesar $4,0043E-108$ kali dari rata-ratanya semula bila variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% persentase penduduk dengan pendidikan tertinggi SMA ke atas maka akan melipatgandakan rata-rata variabel respon sebesar $\exp(57,66019-171,067)=5,5982E-50$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Dengan kata lain, penambahan 1% dari penduduk dengan pendidikan tertinggi SMA ke atas (X_2) maka akan sebanding dengan penurunan rata-rata jumlah kasus baru HIV sebesar $5,5982E-50$ kali dari rata-ratanya semula bila variabel lain konstan. Setiap penambahan 1% rasio tenaga kesehatan per 100.000 penduduk maka akan melipatgandakan rata-rata variabel respon sebesar $\exp(57,66019-517,484) = 2,0001E-200$ kali dengan asumsi variabel lain konstan. Dengan kata lain, penambahan 1% dari rasio tenaga kesehatan per 100.000 penduduk (X_4) maka akan sebanding dengan peningkatan rata-rata jumlah kasus baru HIV sebesar $2,0001E-200$ dari rata-rata semula bila variabel lain konstan. Dari hasil analisis terlihat bahwa variabel X_2 dan X_4 sudah sesuai dalam mempengaruhi jumlah kasus baru HIV.

Masalah keterbatasan data yang tersedia menyebabkan beberapa interpretasi dari model yang terbentuk beberapa tidak sesuai dengan teori yang berlaku tentang HIV. Sehingga interpretasi tersebut tidak dapat dilihat sebagai hubungan sebab-akibat. data jumlah kasus baru HIV yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data yang berasal dari hasil laporan klinik-klinik VCT di Propinsi Jawa Timur dimana pasien-pasiennya datang secara sukarela untuk memeriksakan diri ke klinik tersebut. Sebagai perbandingan antara model PIGR dengan GWPIGR maka di bawah ini disajikan nilai devians dari masing-masing model.

Tabel 4.18 Perbandingan Devians Model

Model	Devians
PIGR	1.365.880,939
GWPIGR dengan <i>Adaptive</i> Bisquare	150.370,0791
GWPIGR dengan <i>Fixed</i> Bisquare	296.129,1308
GWPIGR dengan <i>Fixed</i> Gaussian	340.399,7867
GWPIGR dengan <i>Adaptive</i> Gaussian	192.161,8016

Berdasarkan Tabel 4.18 nilai devians untuk metode GWPIGR dengan pembobot *Adaptive* Bisquare menghasilkan nilai yang lebih kecil dari pada devians PIGR, GWPIGR dengan pembobot *Fixed* Bisquare, GWPIGR dengan pembobot *Fixed* Gaussian, dan GWPIGR dengan pembobot *Adaptive* Gaussian. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa metode GWPIGR dengan pembobot *Adaptive Bisquare* sesuai untuk digunakan dalam pemodelan jumlah kasus baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013.

Halaman ini sengaja dikosongkan

Lampiran 1. Turunan pertama fungsi likelihood GWPIGR di bawah H_0

$$\begin{aligned}
l &= \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_0(u_i, v_i) y_i + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\hat{\tau}_\omega} \right) - \ln \left(\sum_{i=1}^n y_i! \right) + \prod_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} \ln \frac{2}{\pi} - \frac{1}{2} \ln \hat{\tau}_\omega \right) \\
&\quad - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{4} \right) \ln \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) + \sum_{i=1}^n \ln K_{si}(Z_i) \\
\frac{\partial l}{\partial \hat{\beta}_0(u_i, v_i)} &= \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{2} \right) \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega}{(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1)} + \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^n \ln K_{si}(Z_i) \right)}{\partial \hat{\beta}_0(u_i, v_i)}
\end{aligned}$$

Dimana penyelesaian turunan fungsi Bessel pada persamaan $\frac{\partial l}{\partial \hat{\beta}_0(u_i, v_i)}$ adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \left(\sum_{i=1}^n \ln K_{si}(Z_i) \right)}{\partial \hat{\beta}_0(u_i, v_i)} &= \frac{\partial \ln K_{y_i - \frac{1}{2}}(Z_i)}{\partial Z} - \frac{\partial \left(\frac{1}{\hat{\tau}_\omega} \sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1} \right)}{\partial \hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \\
&= \left(-\frac{K_{y_i - \frac{1}{2}}(Z_i)}{K_{y_i + \frac{1}{2}}(Z_i)} + \frac{\hat{\tau}_\omega \left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \right) \left(\frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \right) \\
&= \left(-\left(2e^{\hat{\beta}_0} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)^{\frac{1}{2}} M(y_i) + \frac{\hat{\tau}_\omega \left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0} \hat{\tau}_\omega + 1}} \right) \frac{e^{\hat{\beta}_0}}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0} \hat{\tau}_\omega + 1}} \\
\frac{\partial l}{\partial \hat{\beta}_0(u_i, v_i)} &= \sum_{i=1}^n \left\{ y_i - \left(\frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega}{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1} \frac{2y_i - 1}{2} \right) + \left(\frac{-\left(\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1} M(y_i) \right)}{\hat{\tau}_\omega \left(y_i - \frac{1}{2} \right) + \sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \right) \right. \\
&\quad \left. \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\frac{2(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega) y_i}{2(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1)} - \frac{\hat{\tau}_\omega (2y_i - 1) e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{2(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1)}}{-\frac{2(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1) M(y_i) e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{2(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1)} + \frac{\hat{\tau}_\omega (2y_i - 1) e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{2(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1)}} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{2(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} y_i) - 2(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1) M(y_i) e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{2(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1)} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ y_i - M(y_i) e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \right\}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial l}{\partial \hat{\tau}_\omega} = \sum_{i=1}^n \left(-\frac{1}{\hat{\tau}_\omega} - \frac{1}{2\hat{\tau}_\omega} \right) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{2} \right) \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln K_{si}(Z_i)}{\partial \hat{\tau}_\omega}$$

Dengan menggunakan fungsi Bessel pada BAB IV maka turtunan fungsi Bessel terhadap $\hat{\tau}_\omega$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln K_{si}(Z_i)}{\partial \hat{\tau}_\omega} &= \left(\frac{1}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(Z_i)} \right) \left(\frac{-Z K_{y_i + \frac{1}{2}}(Z_i) + K_{y_i - \frac{1}{2}}(Z_i) \left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{\frac{1}{\hat{\tau}_\omega} \sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \right) \left(\frac{-(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1)}{\hat{\tau}_\omega^2 \sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \right) \\
&= \left(-\left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)^{\frac{1}{2}} M(y_i) + \frac{\hat{\tau}_\omega \left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \right) \left(\frac{-(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1)}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \right) \\
&= \frac{M(y_i) (e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1)}{\hat{\tau}_\omega^2} - \frac{\left(y_i - \frac{1}{2} \right)}{\hat{\tau}_\omega (2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1)}
\end{aligned}$$

Dengan mensubstitusi $\frac{\partial \ln K_{si}(Z_i)}{\partial \hat{\tau}_\omega}$ ke dalam persamaan $\frac{\partial l}{\partial \hat{\tau}_\omega}$ maka turunan pertama terhadap $\hat{\tau}_\omega$ adalah

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l}{\partial \hat{\tau}_\omega} &= \sum_{i=1}^n \left(-\frac{1}{\hat{\tau}_\omega} - \frac{1}{2\hat{\tau}_\omega} \right) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{2y_i - 1}{2} \right) \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega + 1} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln K_{si}(Z_i)}{\partial \hat{\tau}_\omega} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{1}{\hat{\tau}_\omega^2} - \frac{1}{2\hat{\tau}_\omega} - \frac{(2y_i - 1)e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega + 1} + \frac{M(y_i)(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega + 1)}{\hat{\tau}_\omega^2} - \frac{(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega + 1)\left(y_i - \frac{1}{2}\right)}{\hat{\tau}_\omega(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega + 1)} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{1}{\hat{\tau}_\omega^2} + \frac{M(y_i)(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega + 1)}{\hat{\tau}_\omega^2} - \frac{1}{2\hat{\tau}_\omega} - \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega\left(y_i - \frac{1}{2}\right) - (e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega + 1)\left(y_i - \frac{1}{2}\right)}{\hat{\tau}_\omega(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega + 1)} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{1}{\hat{\tau}_\omega^2} + \frac{M(y_i)(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega + 1)}{\hat{\tau}_\omega^2} - \frac{1}{2\hat{\tau}_\omega} - \frac{\left(y_i - \frac{1}{2}\right)(1 + 2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega)}{\hat{\tau}_\omega(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega + 1)} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{1}{\hat{\tau}_\omega^2} + \frac{M(y_i)(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega + 1)}{\hat{\tau}_\omega^2} - \frac{1}{2\hat{\tau}_\omega} - \frac{\left(y_i - \frac{1}{2}\right)}{\hat{\tau}_\omega} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{1}{\hat{\tau}_\omega^2} + \frac{M(y_i)(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega + 1)}{\hat{\tau}_\omega^2} - \frac{1 + 2y_i - 1}{2\hat{\tau}_\omega} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{1}{\hat{\tau}_\omega^2} + \frac{M(y_i)(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\hat{\tau}_\omega + 1)}{\hat{\tau}_\omega^2} - \frac{y_i}{\hat{\tau}_\omega} \right\}
\end{aligned}$$

Halaman ini sengaja dikosongkan

Lampiran 2. Turunan kedua fungsi likelihood GWPIGR dibawah H_0

$$\frac{\partial^2 l}{\partial \hat{\beta}_0 \partial \hat{\beta}_0^T} = \frac{\partial \left(y_i - M(y_i) e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \right)}{\partial \hat{\beta}_0^T}$$

adapun turunan dari persamaan sisi kanan pada persamaan di atas adalah sebagai berikut

$$\frac{\partial \left(M(y_i) e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \right)}{\partial \hat{\beta}_0(u_i, v_i)} = \frac{\partial M(y_i)}{\partial \hat{\beta}_0(u_i, v_i)} e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} - M(y_i) \frac{\partial \left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \right)}{\partial \hat{\beta}_0(u_i, v_i)}$$

sama seperti dibahas pada BAB IV maka turunan $M(y_i)$ terhadap $\hat{\beta}_0$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M(y_i)}{\partial \hat{\beta}_0(u_i, v_i)} &= \frac{\partial \left(\frac{1}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \right)}{\partial \hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(Z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(Z)} + \frac{1}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \frac{\partial \left(\frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(Z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(Z)} \right)}{\partial \hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \\ &= -e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)^{-\frac{3}{2}} \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(Z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(Z)} + \frac{1}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \\ &\quad \left(1 + M(y_i)^2 \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) - 2\hat{\tau}_\omega y_i M(y_i) \right) \\ &= \frac{-e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega}{\left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)} M(y_i) + \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{\left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)} \left(-1 + M(y_i)^2 \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) - M(y_i) 2y_i \hat{\tau}_\omega \right) \\ &= e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i)^2 + \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{\left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)} \left(-1 - \hat{\tau}_\omega M(y_i) (2(y_i) + 1) \right) \end{aligned}$$

Selanjutnya turunan dari $e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}$ terhadap $\hat{\beta}_0(u_i, v_i)$

$$\frac{\partial \left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \right)}{\partial \hat{\beta}_0(u_i, v_i)} = e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}$$

Maka turunan kedua fungsi likelihood l terhadap $\hat{\beta}_0(u_i, v_i)$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial \hat{\beta}_0 \partial \hat{\beta}_0^T} &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial(y_i)}{\partial \hat{\beta}_0^T} - \frac{\partial(M(y_i) e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)})}{\partial \hat{\beta}_0^T} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(0 - \left(\frac{\partial(M(y_i))}{\partial \hat{\beta}_0^T} e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} - M(y_i) \frac{\partial(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)})}{\partial \hat{\beta}_0^T} \right) \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(0 - \left(\begin{array}{c} \left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i)^2 + \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1)} (-1 - \hat{\tau}_\omega M(y_i)(2(y_i) + 1)) \right) e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \\ - e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i) \end{array} \right) \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(-e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i)^2 + \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1)} (-1 - \hat{\tau}_\omega M(y_i)(2(y_i) + 1)) + M(y_i) \right) \right)
\end{aligned}$$

Selanjutnya adalah menentukan turunan kedua fungsi likelihood l terhadap $\hat{\tau}_\omega$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial \hat{\beta}_0 \partial \hat{\tau}_\omega} &= \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^n \{y_i - M(y_i) e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}\} \right)}{\partial \hat{\tau}_\omega} \\
&= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial(y_i)}{\partial \hat{\tau}_\omega} - e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \frac{\partial(M(y_i))}{\partial \hat{\tau}_\omega} \right)
\end{aligned}$$

seperti pada BAB IV turunan $M(y_i)$ terhadap $\hat{\tau}_\omega$ adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial(M(y_i))}{\partial \hat{\tau}_\omega} = \frac{\partial \left(\frac{1}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \right)}{\partial \hat{\tau}_\omega} \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(Z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(Z)} + \frac{1}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \frac{\partial \left(\frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(Z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(Z)} \right)}{\partial \hat{\tau}_\omega}$$

$$\begin{aligned}
&= -e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)^{-\frac{3}{2}} \frac{K_{y_i + \frac{1}{2}}(Z)}{K_{y_i - \frac{1}{2}}(Z)} + \frac{1}{\sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \left(\frac{-\left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)}{\hat{\tau}_\omega^2 \sqrt{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}} \right. \\
&\quad \left. \begin{pmatrix} -1 + M(y_i)^2 \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) \\ -M(y_i) 2\hat{\tau}_\omega y_i \end{pmatrix} \right) \\
&= \frac{-e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)}}{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1} M(y_i) + \left(\frac{\left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)}{\hat{\tau}_\omega^2 \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)} \begin{pmatrix} -1 + M(y_i)^2 \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) \\ -M(y_i) 2\hat{\tau}_\omega y_i \end{pmatrix} \right) \\
&= \frac{1}{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1} \left(-e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i) - \frac{\left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)}{\hat{\tau}_\omega^2} \begin{pmatrix} 1 - M(y_i)^2 \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) \\ -M(y_i) 2\hat{\tau}_\omega y_i \end{pmatrix} \right)
\end{aligned}$$

Oleh karena itu diperoleh

$$\frac{\partial^2 l}{\partial \hat{\beta}_0 \partial \hat{\tau}_\omega} = \sum_{i=1}^n \left(-e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \left(\frac{1}{2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1} \left(-e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i) - \frac{\left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)}{\hat{\tau}_\omega^2} \begin{pmatrix} 1 - M(y_i)^2 \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) \\ -M(y_i) 2\hat{\tau}_\omega y_i \end{pmatrix} \right) \right) \right)$$

Turunan kedua selanjutnya adalah turunan kedua fungsi likelihood 1 terhadap $\hat{\tau}_\omega$ sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 l}{\partial \hat{\tau}_\omega^2} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{(2 - y_i \hat{\tau}_\omega)}{\hat{\tau}_\omega^3} + \frac{\partial \left(\frac{M(y_i) \left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)}{\hat{\tau}_\omega^2} \right)}{\partial \hat{\tau}_\omega} \right)$$

Adapun turunan dari persamaan sisi kanan pada persamaan di atas adalah:

$$\frac{\partial \left(\frac{M(y_i) \left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)}{\hat{\tau}_\omega^2} \right)}{\partial \hat{\tau}_\omega} =$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{\left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)}{\left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)} \left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i) - \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}{\hat{\tau}_\omega^2} \right) \right. \\
& \left. \left(1 - M(y_i)^2 \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) - M(y_i) 2\hat{\tau}_\omega y_i \right) \right. \\
& \left. + e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i) \right\} \hat{\tau}_\omega^2 \\
& \frac{\left(\hat{\tau}_\omega^2 \right)^2}{M(y_i) \left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) 2\hat{\tau}_\omega} \\
& \frac{\left(\hat{\tau}_\omega^2 \right)^2}{M(y_i) \left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) 2\hat{\tau}_\omega} \\
& = \frac{1}{\hat{\tau}_\omega^3} \left\{ \hat{\tau}_\omega \left[\frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}{\left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)} \left(-e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i) - \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}{\hat{\tau}_\omega^2} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. \left(1 - M(y_i)^2 \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) - M(y_i) 2\hat{\tau}_\omega y_i \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i) \right) \right. \\
& \left. - 2M(y_i) \left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) \right\}
\end{aligned}$$

dengan memasukkan hasil turunan pada persamaan diatas ke dalam persamaan sebelumnya maka turunan kedua fungsi likelihood terhadap $\hat{\tau}_\omega$ adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l}{\partial \hat{\tau}_\omega^2} &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{2 - y_i \hat{\tau}_\omega}{\hat{\tau}_\omega^3} + \frac{1}{\hat{\tau}_\omega^3} \left\{ \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}{\left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)} \left(-e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i) - \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}{\hat{\tau}_\omega^2} \right) \right. \right. \\
& \left. \left(1 - M(y_i)^2 \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) - M(y_i) 2\hat{\tau}_\omega y_i \right) \right. \\
& \left. + e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i) \right) \\
& \left. - 2M(y_i) \left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) \right\} \right] \\
&= \frac{1}{\hat{\tau}_\omega^3} \left\{ \hat{\tau}_\omega \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}{\left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right)} \left(-e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i) - \frac{e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1}{\hat{\tau}_\omega^2} \right) \right. \right. \right. \\
& \left. \left(1 - M(y_i)^2 \left(2e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) - M(y_i) 2\hat{\tau}_\omega y_i \right) \right. \\
& \left. + e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} M(y_i) \right) \\
& \left. - 2M(y_i) \left(e^{\hat{\beta}_0(u_i, v_i)} \hat{\tau}_\omega + 1 \right) + (2 - y_i \hat{\tau}_\omega) \right] \right\}
\end{aligned}$$

Lampiran 3. Data Jumlah Kasus Baru HIV serta Faktor-faktor yang diduga mempengaruhi di Propinsi Jawa Timur Tahun 2013

No	Kabupaten/ Kota	Y	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
1	Kab, Pacitan	0	16,66	15,55	1,19	16,34	4,59	12,87	13,69
2	Kab, Ponorogo	0	11,87	23,32	2,83	13,63	4,31	23,78	13,75
3	Kab, Trenggalek	0	13,5	15,92	1,64	13,8	3,23	23,57	14,84
4	Kab, Tulungagung	180	9,03	24,39	2,62	4,66	2,78	38,01	15,37
5	Kab, Blitar	124	10,53	17,27	0,34	11,76	1,94	33,06	14,63
6	Kab, Kediri	206	13,17	22,42	0,97	17,43	1,18	39,53	15,76
7	Kab, Malang	152	11,44	18,12	0,43	17,12	2	37,44	15,84
8	Kab, Lumajang	0	12,09	14,65	1,68	10,12	3,44	18,54	16,28
9	Kab, Jember	458	11,63	16,57	0,74	12,71	4,21	32,66	15,26
10	Kab, Banyuwangi	357	9,57	20,8	1,09	11,11	3,75	45,62	15,72
11	Kab, Bondowoso	0	15,23	13,04	2,16	9,73	3,86	24,66	15,53
12	Kab, Situbondo	0	13,59	16,15	1,11	12,41	3,78	30,88	17,04
13	Kab, Probolinggo	198	21,12	14,32	0,68	7,12	3,38	28,48	16,45
14	Kab, Pasuruan	111	11,22	18,17	1,3	14	1,48	32,88	17,05
15	Kab, Sidoarjo	253	6,69	49,16	1,83	91,83	1,84	83,85	17,62
16	Kab, Mojokerto	57	10,94	27,8	0,8	21,39	5,28	38,82	15,83
17	Kab, Jombang	180	11,12	24,87	1,29	15,52	5,39	53,27	15,46
18	Kab, Nganjuk	0	13,55	21,57	1,2	16,03	3,3	12,87	15,29
19	Kab, Madiun	0	12,4	23,98	0,9	17,51	2,69	23,3	13,74
20	Kab, Magetan	9	12,14	24,92	1,61	19,95	3,54	37,45	14,64
21	Kab, Ngawi	0	15,38	18,47	0,55	10,86	1,46	11,52	14,07
22	Kab, Bojonegoro	0	15,95	16,01	1,09	13,74	1,88	14,88	15,89
23	Kab, Tuban	25	17,16	17,13	1,42	10,02	2,46	16,77	16,2
24	Kab, Lamongan	229	16,12	24,69	1,68	12,41	3,58	13,08	13,89
25	Kab, Gresik	4	13,89	35,1	1,27	13,89	2,44	44,1	16,85
26	Kab, Bangkalan	0	23,14	11,79	1,07	9,07	2,67	14,59	15,16
27	Kab, Sampang	0	26,97	7,22	1,41	5,67	7,41	8,99	15,96
28	Kab, Pamekasan	0	18,45	18,9	1,2	12,42	2,17	16,93	16,87
29	Kab, Sumenep	0	21,13	12,78	2,34	6,8	4,06	11,45	16,52
30	Kota Kediri	132	8,2	45,81	4,5	87,69	14,86	100	16,85
31	Kota Blitar	0	7,39	45,61	4,44	71,45	7,37	45,65	15,57
32	Kota Malang	467	4,85	46,49	1,54	40,9	3,21	100	16,44
33	Kota Probolinggo	0	17,35	34,27	2,41	25,34	2,67	86,21	16,79
34	Kota Pasuruan	16	7,57	37,14	1,85	39,63	0,52	100	17,52
35	Kota Mojokerto	50	6,63	46,89	5,06	75,23	15,37	100	17,64
36	Kota Madiun	175	5	56,01	7,06	150,26	4,62	100	15,64
37	Kota Surabaya	1278	5,97	47,33	2,62	120,39	3,27	100	19,71
38	Kota Batu	0	4,75	33,41	1,9	62,45	4,06	87,5	17,24

Halaman ini sengaja dikosongkan

Lampiran 4. Data Lintang dan Bujur Masing-masing Kabupaten/ Kota

NO	KABUPATEN / KOTA	U	V
1	Pacitan	7,36	111,53
2	Ponorogo	7,24	111,26
3	Trenggalek	7,12	113,15
4	Tulungagung	7	113,51
5	Blitar	8,02	111,42
6	Kediri	8,16	113,32
7	Malang	7,47	112,74
8	Lumajang	7,54	113,49
9	Jember	7,59	112,37
10	Banyuwangi	7,52	111,57
11	Bondowoso	8,03	112
12	Situbondo	7,09	112,24
13	Probolinggo	7,09	111,53
14	Pasuruan	7,39	111,19
15	Sidoarjo	7,07	112,24
16	Mojokerto	7,27	112,42
17	Jombang	8,08	113,13
18	Nganjuk	7,32	112,28
19	Madiun	7,43	113,56
20	Magetan	7,57	112,92
21	Ngawi	7,32	112,13
22	Bojonegoro	8,03	111,53
23	Tuban	7,1	113,28
24	Lamongan	8,1	114,21
25	Gresik	7,47	112,03
26	Bangkalan	8,11	111,06
27	Sampang	6,52	112,01
28	Pamekasan	7,34	111,26
29	Sumenep	7,02	112,44
30	Kota Kediri	7,58	112,38
31	Kota Blitar	8,04	112,09
32	Kota Malang	7,38	112,54
33	Kota Probolinggo	7,14	112,44
34	Kota Pasuruan	7,37	111,3
35	Kota Mojokerto	7,28	112,25
36	Kota Madiun	7,45	113,12
37	Kota Surabaya	7,51	112,31
38	Kota Batu	7,49	112

Halaman ini sengaja dikosongkan

Lampiran 5. Syntax dan Output Penaksiran Parameter Regresi Poisson Inverse Gaussian dan Uji Parsial Menggunakan Software Matlab

A. Syntax program

```
clc;
clear;

format longG;
format compact;

data = load('data.csv');

x = ones(38,8);
x(:,2:8) = data(:,2:8);
y = data(:, 1);
x(:, 2:8) = x(:,2:8);
[baris,kolom] = size(x);

beta = (((inv(x' * x)) * x' * y));
miu = exp(x * beta);
tao = 4.692;
M = zeros(baris,1);
for i = 1:baris

    p = zeros(i+1,1);

    for j = 1:i
        if (j == 1)

            p(j, 1) = exp((1 / tao) * (1 - sqrt((2 * miu(i,1) *
tao) + 1))));
            M(i, 1) = p(j, 1);

        elseif (j == 2)

            p(j, 1) = miu(i,1) * (2 * miu(i,1) * tao + 1)^(-1/2)
* p(j - 1, 1);
            M(i, 1) = p(j, 1);

        else

            p(j, 1) = (((2 * miu(i,1) * tao) / ((2 * miu(i,1) *
tao) + 1)) * (1 - (3 / (2 * y(i,1)))) * p(j - 1, 1)) +
(((miu(i,1)^2) / ((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) * (1 / (y(i,1) *
(y(i,1) - 1))) * p(j - 2, 1));
            M(i, 1) = p(j, 1);

        end
    end
end
```

Lampiran 5. (Lanjutan)

```
M(i, 1) = (y(i, 1) + 1) * (p(i + 1, 1) / p(i, 1));
M(i, 1) = real(M(i, 1));
if isnan(M(i,1)) || isinf(M(i,1))
    M(i, 1) = 0;
end

end

% mencari persamaan 4.11
var411 = 0;
for i = 1:baris
    p1 = y(i, 1);

    p2 = M(i, 1) * miu(i, 1);
    var411 = var411 + (p1 - p2) * x(i, :)';
end
var411 = real(var411);
a = (1 / (tao^2));
a = real(a);

b = 0;
for i = 1:baris
    b = b + (M(i, 1) * ((miu(i, 1) * tao) + 1)) / (tao^2);
end
b = real(b);
c = (1 / (2 * tao));
c = real(c);

d = 0;
for i = 1:baris
    d = d + ((y(i, 1) - (1/2)) * ((2 * miu(i, 1) * tao) + 1)) /
    (tao * ((2 * miu(i,1) * tao) + 1));
end
d = real(d);

var419 = a + b - c - d;
var419 = real(var419);
D = [var419; var411];
var433 = 0;
for i = 1:baris
    var433 = var433 + (-1 * miu(i, 1) * x(i, :)' * x(i, :)) * ...
    ((miu(i, 1) * (M(i, 1)^2)) + ...
    ((miu(i, 1) / ((2 * miu(i, 1) * tao) + 1)) * ...
    (((-1 - (tao * M(i, 1) * (2 * y(i, 1) + 1)))))) +
    (M(i, 1)) ...
    );
end
var433 = real(var433);
var442 = 0;
```

Lampiran 5. (Lanjutan)

```

for i = 1:baris

    var442 = var442 + (...
        ((-1 * miu(i,1) * x(i,:)') / (((2 * miu(i,1) * tao) +
1)^2) * ...
            ((-1 * miu(i,1) * M(i,1)) - ...
                (((miu(i,1) * tao) + 1) / tao^2) * ...
                    (1 - M(i,1)^2 * (((2 * miu(i,1) * tao) +
1))) - (M(i,1) * 2 * tao * y(i,1)) ) ...
                ) ...
            ) ...
    );

end
var442 = real(var442);
var448 = 0;
for i = 1:baris
    var448 = var448 + (...
        (((miu(i,1) * tao) + 1) / ((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) *
...
        ((-1 * miu(i,1) * M(i,1)) - (((miu(i,1) * tao) + 1) /
(tao^2)) * ...
            (1 - ((M(i,1)^2) * ((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) -
(M(i,1) * 2 * tao * y(i,1))) ...
            ) + (M(i,1) * miu(i,1)) ...
            ) - (2 * M(i,1) * (miu(i,1) * tao + 1)) + (2 - (y(i,1) *
tao)) ...
    );
end
var448 = (1 / (tao^2)) * var448;
var448 = real(var448);
H = [var448 var442'; var442 var433];
Hinv = -1*H;

Hinv = ginv(Hinv);
Hinv = real(Hinv);
teta = [beta; tao];

teta = teta + Hinv * D;
teta = real(teta);
tetaTemp(:, 1) = teta;
m = 2;
l = length(teta);

Norm = 1;
while (Norm > 0.00001)

    tao = teta(1);
    beta = teta(2:9);
    miu = exp(x * beta);
    miu = real(miu);

```

Lampiran 5. (Lanjutan)

```

end
    end
    M = zeros(baris, 1);

    for i = 1:baris
        p = zeros(i + 1, 1);

        for j = 1:i
            if (j == 1)
                p(j, 1) = exp((1 / tao) * (1 - sqrt((2 * miu(i,1)
* tao) + 1)))));
                M(i, 1) = p(j, 1);

            elseif (j == 2)

                p(j, 1) = miu(i,1) * (2 * miu(i,1) * tao + 1)^(-
1/2) * p(j - 1, 1);
                M(i, 1) = p(j, 1);

            else
                p(j, 1) = (((2 * miu(i,1) * tao) / ((2 * miu(i,1)
* tao) + 1)) * (1 - (3 / (2 * y(i,1)))) * p(j - 1, 1)) +
(((miu(i,1)^2) / ((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) * (1 / (y(i,1) *
(y(i,1) - 1))) * p(j - 2, 1)));
                M(i, 1) = p(j, 1);

            end
        end

        M(i, 1) = (y(i, 1) + 1) * (p(i+1, 1) / p(i, 1));

        M(i,1) = real(M(i,1));

        if isnan(M(i,1)) || isinf(M(i,1))
            M(i,1) = 0;
        end
    end

    var411 = 0;
    for i = 1:baris
        p1 = y(i);
        p2 = M(i,1) * miu(i,1);
        var411 = var411 + (p1 - p2) * x(i,:)';
    end
    var411 = real(var411);

    a = (1 / (tao^2));
    a = real(a);

```

Lampiran 5. (Lanjutan)

```

b = 0;
for i = 1:baris
    b = b + (M(i,1) * ((miu(i,1) * tao) + 1)) / tao^2;
end
b = real(b);
c = (1 / (2*tao));
c = real(c);
d = 0;
for i = 1:baris
    d = d + ((y(i) - (1/2)) * ((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) /
(tao * ((2 * miu(i,1) * tao) + 1));
end
d = real(d);

var419 = a + b - c - d;
var419 = real(var419);
D = [var419; var411];
var433 = 0;
for i = 1:baris
    var433 = var433 + (-1 * miu(i,1) * x(i,:) * x(i,:) *
...
    ((miu(i,1) * (M(i,1)^2)) + ...
    ((miu(i,1) / ((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) * ...
    ((((-1 - tao * M(i,1) * (2 * y(i,1) + 1)))))) +
(M(i,1)) ...
    );
end
var433 = real(var433);
var442 = 0;
for i = 1:baris
    var442 = var442 + ( ...
    ((-1 * miu(i,1) * x(i,:) * x(i,:) * ((2 * miu(i,1) * tao) +
1)^2) * ...
    ((-1 * miu(i,1) * M(i,1)) - ...
    (((miu(i,1) * tao) + 1) / tao^2) * ...
    (1 - M(i,1)^2 * ((2 * miu(i,1) * tao) +
1)) - (M(i,1) * 2 * tao * y(i,1)) ) ...
    ) ...
    );
end
var442 = real(var442);
var448 = 0;
for i = 1:baris
    var448 = var448 + (...
    (((miu(i,1) * tao) + 1) / ((2 * miu(i,1) * tao) +
1)) * ...
    ((-1 * miu(i,1) * M(i,1)) - ((miu(i,1) * tao) +
1) / (tao^2)) * ...

```

Lampiran 5. (Lanjutan)

```

(1 - ((M(i,1)^2) * ((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) - (M(i,1) * 2 *
tao * y(i,1))) ...
        ) + (M(i,1) * miu(i,1)) ...
        ) - (2 * M(i,1) * (miu(i,1) * tao + 1)) + (2 -
(y(i,1) * tao)) ...
        );
end

var448 = (1 / (tao^2)) * var448;
var448 = real(var448);

H = [var448 var442'; var442 var433];
Hinv = -1 * H;
Hinv = ginv(Hinv);
Hinv = real(Hinv);
T1 = zeros(1,1);
tetaTemp = [tetaTemp T1];

tetaTemp(:,m) = [beta; tao];
tetaTemp(:,m) = tetaTemp(:,m) + (Hinv) * D;

Norm = norm((tetaTemp(:,m) - tetaTemp(:,m)), 2);

%      menaikkan iterasi
teta = tetaTemp(:,m);
m = m + 1;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
tetaTemp1 = tetaTemp';
[baris, kolom] = size(tetaTemp1);
z = zeros(baris, kolom);

for i = 1:baris

    temp = sem(tetaTemp1(i,:));

    for j=1:kolom
        z(i,j) = tetaTemp1(i,j) / temp;
    end

end

end

```

Lampiran 5. (Lanjutan)

B. Output Program

```
>> tetaTemp
tetaTemp =
    -17.5366033028975
    -74.8576290450192
    -85.8861856512855
     13.4817296867314
     36.8176913746157
    -1.71130345345670
     36.5170708405808
     2.31675977956472
    -266.493846585669

>>nilaiz_tanpa_w

    -0.550756990011346
    -2.35098905643880
    -2.69735343132510
     0.423409068116627
     1.15630151007063
    -0.0537454330660549
     1.14686017997946
     0.0727604782256544
    -8.36954262276194
```


Halaman ini sengaja dikosongkan

Lampiran 6. Sintax dan Output Pengujian Efek Spasial Menggunakan Software R

A. Pengujian Dependensi Spasial

```
library(ape)
a=read.table("d://tesis.txt",header=TRUE)
b=read.table("d://koordinat.txt",header=TRUE)
a.dist=as.matrix(dist(b))
a.dist.inv=1/a.dist
diag(a.dist.inv)=0
Moran.I(a$Y,a.dist.inv)

$observed
[1] 0.01510968

$expected
[1] -0.02702703

$sd
[1] 0.03814058

$p.value
[1] 0.2692577
```

B. Pengujian Heterogenitas Spasial

```
library(lmtest)
a=read.table("d://tesis.txt",header=TRUE)
tesis.lm<-lm(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7,data=a)
bptest(tesis.lm)

studentized Breusch-Pagan test

data:  tesis.lm
BP = 18.3387, df = 7, p-value = 0.01053
```

Halaman ini sengaja dikosongkan

Lampiran 7. Syntak program Matlab untuk Penaksiran Parameter model GWPIGR

```

clc;
clear;
format longG;
format compact;

data = load('data.csv');

% matriks w
w = load('pembobot.csv');
%w = load('w.adbsq.csv');
%w = load('w.bsq.csv');
%w = load('w.gaussian.csv');
%w = load('w.agaussian.csv');

x = ones(38,8);
x(:,2:8) = data(:,2:8);
y = data(:, 1);
x(:, 2:8) = x(:,2:8);
[baris,kolom] = size(x);

idxW = 1;
beta = (((inv(x' * x)) * x' * y));

miu = exp(x * beta);
tao = 4.692;

M = zeros(baris,1);
for i = 1:baris
    p = zeros(i+1,1);

    for j = 1:i
        if (j == 1)

            p(j, 1) = exp((1 / tao) * (1 - sqrt((2 * miu(i,1) * tao)
+ 1)));
            M(i, 1) = p(j, 1);

        elseif (j == 2)

            p(j, 1) = miu(i,1) * (2 * miu(i,1) * tao + 1)^(-1/2) *
p(j - 1, 1);
            M(i, 1) = p(j, 1);

        else

            p(j, 1) = (((2 * miu(i,1) * tao) / ((2 * miu(i,1) * tao)
+ 1)) * (1 - (3 / (2 * y(i,1)))) * p(j - 1, 1)) + (((miu(i,1)^2) /
((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) * (1 / (y(i,1) * (y(i,1) - 1)))) * p(j -
2, 1));
            M(i, 1) = p(j, 1);

```

} 4 Fungsi Pembobot Kernel.

Lampiran 7. (Lanjutan)

```

end
    end

    M(i, 1) = (y(i, 1) + 1) * (p(i + 1, 1) / p(i, 1));
    M(i, 1) = real(M(i, 1));
    if isnan(M(i,1)) || isinf(M(i,1))
        M(i, 1) = 0;
    end
end
end

% mencari persamaan 4.11
var411 = 0;
for i = 1:baris
    p1 = w(idxW,i) * y(i, 1);

    p2 = M(i, 1) * w(idxW,i) * miu(i, 1);
    var411 = var411 + (p1 - p2) * x(i, :)';
end
var411 = real(var411);
a = 0;
for i = 1:baris
    a = a + w(idxW,i);
end
a = (1 / (tao^2)) * a;
a = real(a);
b = 0;
for i = 1:baris
    b = b + (M(i, 1) * ((miu(i, 1) * tao) + 1) * w(idxW,i)) /
(tao^2);
end
b = real(b);

c = 0;
for i = 1:baris
    c = c + w(idxW,i);
end

c = (1 / (2 * tao)) * c;
c = real(c);
d = 0;
for i = 1:baris
    d = d + ((y(i, 1) - (1/2)) * ((2 * miu(i, 1) * tao) + 1) *
w(idxW,i)) / (tao * ((2 * miu(i,1) * tao) + 1));
end
d = real(d);

var419 = a + b - c - d;
var419 = real(var419);

```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```

D = [var419; var411];
var433 = 0;
for i = 1:baris
    var433 = var433 + (-1 * miu(i, 1) * x(i, :) * x(i, :)) * ...
        ((miu(i, 1) * (M(i, 1)^2) * w(idxW,i)) + ...
        ((miu(i, 1) / ((2 * miu(i, 1) * tao) + 1)) * ...
        (((-1 - (tao * M(i, 1) * (2 * y(i, 1) + 1))) *
w(idxW,i)))) + (M(i, 1) * w(idxW,i)) ...
    );
end
var433 = real(var433);
var442 = 0;
for i = 1:baris

    var442 = var442 + (w(idxW,i) * ...
        ((-1 * miu(i,1) * x(i,:))' / (((2 * miu(i,1) * tao) + 1)^2)
* ...
        ((-1 * miu(i,1) * M(i,1)) - ...
        (((miu(i,1) * tao) + 1) / tao^2) * ...
        (1 - M(i,1)^2 * (((2 * miu(i,1) * tao) + 1))
- (M(i,1) * 2 * tao * y(i,1)) ) ...
        ) ...
    ));
end
var442 = real(var442);
var448 = 0;
for i = 1:baris
    var448 = var448 + (w(idxW,i) * ...
        (((miu(i,1) * tao) + 1) / ((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) * ...
        ((-1 * miu(i,1) * M(i,1)) - ((miu(i,1) * tao) + 1) /
(tao^2)) * ...
        (1 - ((M(i,1)^2) * ((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) -
(M(i,1) * 2 * tao * y(i,1))) ...
        ) + (M(i,1) * miu(i,1)) ...
        ) - (2 * M(i,1) * (miu(i,1) * tao + 1)) + (2 - (y(i,1) *
tao)) ...
    );
end

var448 = (1 / (tao^2)) * var448;
var448 = real(var448);

H = [var448 var442'; var442 var433];
Hinv = -1*H;
Hinv = ginv(Hinv);
Hinv = real(Hinv);

```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```
teta = [beta; tao];
teta = teta + Hinv * D;
teta = real(teta);

tetaTemp(:, 1) = teta;
m = 2;
l = length(teta);

while m <= baris
    tao = teta(1);
    beta = teta(2:9);

    miu = exp(x * beta);
    miu = real(miu);

    for i = 1:baris
        if(isnan(miu(i,1)) || isinf(miu(i,1)))
            miu(i, 1) = 0;
        end
    end

    M = zeros(baris, 1);

    for i = 1:baris
        p = zeros(i + 1, 1);

        for j = 1:i
            if (j == 1)

                p(j, 1) = exp((1 / tao) * (1 - sqrt((2 * miu(i,1) *
tao) + 1)));
                M(i, 1) = p(j, 1);

            elseif (j == 2)

                p(j, 1) = miu(i,1) * (2 * miu(i,1) * tao + 1)^(-1/2)
* p(j - 1, 1);
                M(i, 1) = p(j, 1);

            else

                p(j, 1) = (((2 * miu(i,1) * tao) / ((2 * miu(i,1) *
tao) + 1)) * (1 - (3 / (2 * y(i,1)))) * p(j - 1, 1)) +
(((miu(i,1)^2) / ((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) * (1 / (y(i,1) *
(y(i,1) - 1))) * p(j - 2, 1));
```

Lampiran 7. (Lanjutan)

```
M(i, 1) = p(j, 1);

        end
    end

    M(i, 1) = (y(i, 1) + 1) * (p(i+1, 1) / p(i, 1));
    M(i,1) = real(M(i,1));
    end

end

var411 = 0;
for i = 1:baris
    p1 = w(m,i) * y(i);
    p2 = M(i,1) * w(m,i) * miu(i,1);

    var411 = var411 + (p1 - p2) * x(i,:)';
end
var411 = real(var411);
a = 0;
for i = 1:baris
    a = a + w(m,i);
end
a = (1 / (tao^2)) * a;
a = real(a);
b = 0;
for i = 1:baris
    b = b + (M(i,1) * ((miu(i,1) * tao) + 1) * w(m,i)) / tao^2;
end
b = real(b);
c = 0;
for i = 1:baris
    c = c + w(m,i);
end
c = (1 / (2*tao)) * c;
c = real(c);
d = 0;
for i = 1:baris
    d = d + ((y(i) - (1/2)) * ((2 * miu(i,1) * tao) + 1) *
w(m,i)) / (tao * ((2 * miu(i,1) * tao) + 1));
end
d = real(d);

var419 = a + b - c - d;
var419 = real(var419);
D = [var419; var411];
var433 = 0;
for i = 1:baris
```


Lampiran 7. (Lanjutan)

```

var433 = var433 + (-1 * miu(i,1) * x(i,:) * x(i,:)) * ...
    ((miu(i,1) * (M(i,1)^2) * w(m,i)) + ...
    ((miu(i,1) / ((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) * ...
    (((-1 - tao * M(i,1) * (2 * y(i,1) + 1)) *
w(m,i)))) + (M(i,1) * w(m,i)) ...
    );
end
var433 = real(var433);
var442 = 0;
for i = 1:baris
    var442 = var442 + (w(m,i) * ...
        ((-1 * miu(i,1) * x(i,:)') / (((2 * miu(i,1) * tao) +
1)^2) * ...
        ((-1 * miu(i,1) * M(i,1)) - ...
        (((miu(i,1) * tao) + 1) / tao^2) * ...
        (1 - M(i,1)^2 * (((2 * miu(i,1) * tao) + 1))
- (M(i,1) * 2 * tao * y(i,1)) ) ...
        ) ...
        ) ...
    );
end
var442 = real(var442);
var448 = 0;
for i = 1:baris
    var448 = var448 + (w(m,i) * ...
        (((miu(i,1) * tao) + 1) / ((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) *
...
        ((-1 * miu(i,1) * M(i,1)) - ((miu(i,1) * tao) + 1)
/ (tao^2)) * ...
        (1 - ((M(i,1)^2) * ((2 * miu(i,1) * tao) + 1)) -
(M(i,1) * 2 * tao * y(i,1))) ...
        ) + (M(i,1) * miu(i,1)) ...
        ) - (2 * M(i,1) * (miu(i,1) * tao + 1)) + (2 - (y(i,1) *
tao)) ...
    );
end
var448 = (1 / (tao^2)) * var448;
var448 = real(var448);
H = [var448 var442'; var442 var433];
Hinv = -1 * H;
Hinv = ginv(Hinv);
Hinv = real(Hinv);
T1 = zeros(1,1);
tetaTemp = [tetaTemp T1];
tetaTemp(:,m) = [beta; tao];
tetaTemp(:,m) = tetaTemp(:,m) + (Hinv) * D;
teta = tetaTemp(:,m);
m = m + 1;
end

```

Lampiran 8. Koefisien Parameter Dengan *Adaptive* Bisquare

No	Kabupaten/ Kota	τ_0	β_0	β_1	β_2	β_3
1	Kab. Pacitan	-249.22467	-16.011743	-3.3301009	-95.845481	8.14686558
2	Kab. Ponorogo	-16.675815	-36.635898	-81.302239	19.5273627	28.5300141
3	Kab. Trenggalek	-37.302344	-78.35611	19.5965519	28.563099	-1.8442021
4	Kab. Tulungagung	-78.937438	20.7561317	28.6195863	-1.8252271	37.7654179
5	Kab. Blitar	20.1251006	48.0323601	-1.2894699	38.1197886	10.1122091
6	Kab. Kediri	47.5002248	0.01848112	38.0847828	10.0973594	-276.40455
7	Kab. Malang	-0.6929128	37.9141369	9.91838459	-276.55347	-18.359897
8	Kab. Lumajang	37.9332761	9.91286132	-276.55096	-18.358407	-37.413959
9	Kab. Jember	9.12898334	-274.97751	-18.647374	-37.554573	-83.409347
10	Kab. Banyuwangi	-275.70816	164.910789	-37.051466	-83.26649	37.8988931
11	Kab. Bondowoso	164.227782	2313.80301	-103.28569	33.1761046	-99.82286
12	Kab. Situbondo	2313.04136	-123.00435	32.6784085	-100.3018	-5.2943537
13	Kab. Probolinggo	-123.70678	17.8711757	-100.72273	-6.8480916	34.4961454
14	Kab. Pasuruan	17.2232637	-101.38913	-6.8869977	34.4631289	-1.8982194
15	Kab. Sidoarjo	-101.7816	-6.8340518	34.4645523	-1.8963832	-399.23839
16	Kab. Mojokerto	-7.6015071	13.8605383	-0.8678909	-398.80502	167.498538
17	Kab. Jombang	13.6880008	-0.7532763	-398.80805	167.496874	2318.96652
18	Kab. Nganjuk	-1.6131304	-399.09206	167.443863	2318.95127	-125.96008
19	Kab. Madiun	-399.10308	167.439739	2318.95065	-125.96043	17.7269479
20	Kab. Magetan	166.756115	2077.77104	-126.86743	18.2857107	-130.30048
21	Kab. Ngawi	2076.97609	-140.22386	17.8258784	-130.69018	-13.701039
22	Kab. Bojonegoro	-140.8679	16.8079423	-131.20715	-14.966299	-2.9901027
23	Kab. Tuban	16.1913065	-133.10143	-15.041011	-3.0198351	-1.0062655
24	Kab. Lamongan	-133.39239	-14.983269	-3.0187845	-1.0069848	-379.90468
25	Kab. Gresik	-15.774823	12.5545515	-2.9189728	-380.78733	163.232425
26	Kab. Bangkalan	12.1751606	-2.6348345	-380.7934	163.227607	2082.05598
27	Kab. Sampang	-3.3498511	-380.85072	163.197756	2082.0414	-139.52706
28	Kab. Pamekasan	-380.89674	163.193951	2082.04021	-139.52811	15.8739903
29	Kab. Sumenep	162.475513	1648.06585	-141.69674	16.229128	-189.41796
30	Kota Kediri	1647.28834	-156.38718	15.7819863	-189.76264	-20.695843
31	Kota Blitar	-157.06452	10.7866627	-190.24623	-21.744673	3.24169251
32	Kota Malang	10.0403361	-193.11854	-21.823661	3.17599687	-3.3181632
33	Kota Probolinggo	-193.38736	-21.759731	3.17740512	-3.3165246	-347.32292
34	Kota Pasuruan	-22.433933	67.6899893	-8.8606327	-350.21242	156.534967
35	Kota Mojokerto	67.0574084	-8.4053282	-350.22294	156.525453	1651.97032
36	Kota Madiun	-9.0732987	-350.49866	156.372775	1651.92416	-156.26975
37	Kota Surabaya	-350.80266	156.321458	1651.91983	-156.27355	9.81105197
38	Kota Batu	155.532326	2332.44424	-153.94954	8.986701	-97.767531

Lampiran 8. (Lanjutan)

No	Kabupaten/ Kota	β_4	β_5	β_6	β_7
1	Kab. Pacitan	-0.5853076	-0.3486346	34.6566389	4.8595233
2	Kab. Ponorogo	-2.4178222	37.4500059	2.20598875	-275.80068
3	Kab. Trenggalek	37.4152127	2.2638772	-275.81136	-17.016271
4	Kab. Tulungagung	2.24503803	-275.78335	-17.009332	-37.537015
5	Kab. Blitar	-276.22118	-16.937522	-37.474358	-81.973121
6	Kab. Kediri	-16.933971	-37.497031	-81.968099	20.1381959
7	Kab. Malang	-37.424145	-82.009285	20.1389892	48.1253902
8	Kab. Lumajang	-82.009743	20.1401148	48.1251401	-0.6985272
9	Kab. Jember	20.170271	48.0336423	-0.617645	38.3589374
10	Kab. Banyuwangi	47.6279169	-3.2275527	38.5990969	-4.2844303
11	Kab. Bondowoso	2.0013737	56.6795837	-2.5409077	-400.88616
12	Kab. Situbondo	57.1762896	-2.6014028	-400.80184	166.885821
13	Kab. Probolinggo	-1.3266962	-399.29826	166.69286	2319.30437
14	Kab. Pasuruan	-399.26563	166.726254	2319.30556	-123.55164
15	Kab. Sidoarjo	166.724687	2319.30482	-123.55145	17.2127681
16	Kab. Mojokerto	2318.97326	-125.73107	17.7213425	-101.8301
17	Kab. Jombang	-125.7311	17.7190666	-101.82965	-7.6005149
18	Kab. Nganjuk	17.7299325	-101.80767	-7.5996568	13.8033329
19	Kab. Madiun	-101.80752	-7.5999241	13.803383	-1.6114078
20	Kab. Magetan	-7.5157203	17.5016984	-1.6395434	-381.57035
21	Kab. Ngawi	17.8620291	-1.5995393	-381.50286	168.854867
22	Kab. Bojonegoro	-0.507692	-379.95721	168.699768	2081.62122
23	Kab. Tuban	-379.93152	168.656411	2081.62734	-140.58329
24	Kab. Lamongan	168.655196	2081.62852	-140.5824	16.1805053
25	Kab. Gresik	2082.089	-139.35399	15.8728782	-131.011
26	Kab. Bangkalan	-139.35271	15.8751455	-131.01085	-15.773972
27	Kab. Sampang	15.88343	-131.00131	-15.773072	12.244571
28	Kab. Pamekasan	-131.00077	-15.772506	12.2446207	-3.3463776
29	Kab. Sumenep	-15.12597	19.4242157	-3.2846293	-348.38813
30	Kota Kediri	19.7188448	-3.318133	-348.31492	164.585035
31	Kota Blitar	-2.4471418	-347.39436	164.512056	1651.28173
32	Kota Malang	-347.34536	164.498816	1651.29206	-156.66432
33	Kota Probolinggo	164.497486	1651.29194	-156.66417	10.0298503
34	Kota Pasuruan	1652.00825	-155.77506	9.82438124	-187.61133
35	Kota Mojokerto	-155.77365	9.82210043	-187.61044	-22.426881
36	Kota Madiun	9.84115506	-187.66821	-22.422677	67.3825469
37	Kota Surabaya	-187.66646	-22.422313	67.3829225	-9.0586575
38	Kota Batu	-24.014458	48.4261974	-8.8457392	-398.10931

Lampiran 9. Koefisien Parameter Dengan *Fixed* Bisquare

No	Kabupaten/ Kota	τ	β_0	β_1	β_2	β_3
1	Kab. Pacitan	-249.31	-17.0379	-3.24216	-95.8951	7.304379
2	Kab. Ponorogo	-17.7678	-34.2363	-81.8315	18.16209	30.58215
3	Kab. Trenggalek	-35.1056	-80.0253	18.21815	30.60991	-1.54853
4	Kab. Tulungagung	-80.7728	18.72844	30.64412	-1.53416	37.49971
5	Kab. Blitar	17.98162	49.06631	-0.9721	37.83023	9.786737
6	Kab. Kediri	48.22696	0.27106	37.79862	9.771304	-275.687
7	Kab. Malang	-0.64282	40.80279	9.707954	-275.784	-19.5143
8	Kab. Lumajang	40.81872	9.694091	-275.782	-19.513	-35.1248
9	Kab. Jember	8.76534	-273.016	-19.7585	-35.2367	-85.2024
10	Kab. Banyuwangi	-273.845	137.6935	-34.8145	-84.9221	39.89325
11	Kab. Bondowoso	136.8384	437.2388	-115.185	42.01618	37.77336
12	Kab. Situbondo	436.3487	-134.709	41.54011	37.49516	-10.1416
13	Kab. Probolinggo	-135.495	53.50416	38.3798	-10.6551	29.98024
14	Kab. Pasuruan	52.78935	32.4815	-10.8282	29.87994	-7.09287
15	Kab. Sidoarjo	31.6065	-8.069	29.88557	-7.07996	-269.192
16	Kab. Mojokerto	-8.97623	59.66972	-8.52241	-270.25	146.8047
17	Kab. Jombang	59.08745	-8.67321	-270.281	146.7989	437.2806
18	Kab. Nganjuk	-9.58762	-273.475	143.7831	435.7671	-138.051
19	Kab. Madiun	-273.947	143.5865	435.7513	-138.058	52.9031
20	Kab. Magetan	142.6982	398.5675	-138.928	52.84869	25.22976
21	Kab. Ngawi	397.664	-159.496	52.36054	24.97984	-14.5351
22	Kab. Bojonegoro	-160.267	-692.414	11.35221	-13.3941	101.5043
23	Kab. Tuban	-693.212	3.525172	-13.6498	101.4379	-13.311
24	Kab. Lamongan	3.019405	-82.7275	100.8208	-13.1724	-281.299
25	Kab. Gresik	-82.5467	100.6072	-13.1756	-281.301	144.852
26	Kab. Bangkalan	99.96882	-9.50192	-281.271	144.8801	452.4625
27	Kab. Sampang	-10.2627	-283.923	144.6424	452.3781	-161.225
28	Kab. Pamekasan	-285.005	140.9375	452.5051	-161.206	-686.3
29	Kab. Sumenep	140.0531	293.9437	-161.555	-687.377	-79.0711
30	Kota Kediri	293.0163	-163.765	-687.506	-79.1358	-83.6137
31	Kota Blitar	-164.629	-702.741	-79.4445	-83.7697	109.8179
32	Kota Malang	-703.657	-94.5502	-84.1453	109.7386	-11.9688
33	Kota Probolinggo	-95.4503	-1476.77	117.6569	-11.4828	-371.691
34	Kota Pasuruan	-1477.52	124.7642	-11.3899	-371.62	145.9673
35	Kota Mojokerto	123.8561	31.64765	-370.838	146.3851	310.379
36	Kota Madiun	30.7789	-372.62	146.3226	310.3625	-166.705
37	Kota Surabaya	-374.048	146.105	310.3545	-166.708	-608.006
38	Kota Batu	145.2106	139.6978	-153.373	-603.712	-83.4414

Lampiran 9. (Lanjutan)

No	Kabupaten/ Kota	β_4	β_5	β_6	β_7
1	Kab. Pacitan	-0.55293	-0.18815	34.67507	4.833545
2	Kab. Ponorogo	-2.22244	37.13033	2.232955	-275.097
3	Kab. Trenggalek	37.08895	2.254776	-275.103	-18.0214
4	Kab. Tulungagung	2.232926	-275.099	-18.013	-35.2713
5	Kab. Blitar	-275.514	-17.8193	-35.2131	-83.7956
6	Kab. Kediri	-17.8141	-35.2195	-83.7932	17.98903
7	Kab. Malang	-35.1355	-83.7373	17.9696	48.5408
8	Kab. Lumajang	-83.7378	17.97	48.54065	-0.64717
9	Kab. Jember	17.99845	48.47902	-0.5688	41.11161
10	Kab. Banyuwangi	47.87176	-3.27033	41.37485	-3.53413
11	Kab. Bondowoso	-4.40127	39.66573	-5.89227	-270.669
12	Kab. Situbondo	40.04732	-5.95688	-270.625	139.2267
13	Kab. Probolinggo	-5.36514	-269.832	139.0419	437.3649
14	Kab. Pasuruan	-269.738	139.1347	437.359	-134.687
15	Kab. Sidoarjo	139.059	437.4781	-134.651	52.44363
16	Kab. Mojokerto	437.2462	-135.52	52.59526	32.08815
17	Kab. Jombang	-135.524	52.56976	32.08748	-8.89826
18	Kab. Nganjuk	52.97398	35.10419	-9.19531	63.93061
19	Kab. Madiun	35.10744	-9.20049	63.93141	-9.54137
20	Kab. Magetan	-8.75321	63.78544	-9.5473	-269.698
21	Kab. Ngawi	64.14182	-9.50067	-269.658	145.1297
22	Kab. Bojonegoro	-11.6215	-275.973	144.3963	453.2851
23	Kab. Tuban	-275.888	144.3472	453.2733	-159.207
24	Kab. Lamongan	144.8905	451.8814	-159.613	-686.465
25	Kab. Gresik	451.8849	-159.614	-686.466	3.042204
26	Kab. Bangkalan	-159.657	-686.464	3.054507	-82.9086
27	Kab. Sampang	-686.425	2.862507	-82.8555	100.6608
28	Kab. Pamekasan	2.860168	-82.8686	100.6624	-10.1759
29	Kab. Sumenep	-82.982	112.8778	-8.99813	-270.323
30	Kota Kediri	112.9097	-9.00931	-270.319	140.4694
31	Kota Blitar	-8.80964	-270.379	140.4414	294.7772
32	Kota Malang	-270.223	140.5092	294.7186	-162.715
33	Kota Probolinggo	144.6659	303.9418	-165.768	-608.184
34	Kota Pasuruan	303.8374	-165.762	-608.169	-96.1817
35	Kota Mojokerto	-166.19	-607.995	-96.0725	-1482.44
36	Kota Madiun	-607.973	-96.1003	-1482.44	124.1075
37	Kota Surabaya	-96.0987	-148.244	124.1067	30.81177
38	Kota Batu	-1483.43	122.056	31.54783	-382.783

Lampiran 10. Koefisien Parameter Dengan *Fixed* Gaussian

No	Kabupaten/ Kota	τ	β_0	β_1	β_2	β_3
1	Kab. Pacitan	-249.446	-17.1664	-3.15455	-96.0525	6.013568
2	Kab. Ponorogo	-18.0913	-67.1133	-84.8741	14.66197	35.71188
3	Kab. Trenggalek	-68.1247	-83.6457	14.71585	35.73794	-1.14464
4	Kab. Tulungagung	-84.5812	14.80979	35.7879	-1.11935	37.49492
5	Kab. Blitar	13.87771	46.42708	-0.65693	37.68891	8.350935
6	Kab. Kediri	45.22086	0.10984	37.66866	8.340309	-268.926
7	Kab. Malang	-0.87456	40.54146	8.276521	-268.997	-19.5326
8	Kab. Lumajang	40.56641	8.242173	-268.995	-19.5311	-68.2514
9	Kab. Jember	7.251931	-265.867	-19.7479	-68.3394	-88.0294
10	Kab. Banyuwangi	-266.932	-23.6034	-68.4902	-88.1307	12.9535
11	Kab. Bondowoso	-24.5654	837.6796	-130.09	-46.9282	111.2392
12	Kab. Situbondo	836.671	-127.208	-46.8303	111.3027	5.958892
13	Kab. Probolinggo	-128.149	-107.284	109.9784	5.932192	26.77005
14	Kab. Pasuruan	-108.201	105.2253	5.774308	26.69896	15.38618
15	Kab. Sidoarjo	104.265	3.916271	26.65999	15.37164	-234.159
16	Kab. Mojokerto	2.937661	-123.548	9.467746	-233.167	-13.1775
17	Kab. Jombang	-123.651	9.444546	-233.161	-13.1759	843.8616
18	Kab. Nganjuk	8.467211	50.83788	-31.4172	833.0146	-77.7261
19	Kab. Madiun	50.37396	-31.1699	833.0261	-77.7191	-109.364
20	Kab. Magetan	-32.1207	754.3994	-77.9626	-111.326	124.4451
21	Kab. Ngawi	753.4143	-70.2214	-110.808	124.7478	7.572948
22	Kab. Bojonegoro	-71.1597	2294.88	103.9598	33.76322	-827.854
23	Kab. Tuban	2293.946	100.9631	33.67542	-827.895	25.72119
24	Kab. Lamongan	100.1039	-777.502	-830.01	42.67161	171.0986
25	Kab. Gresik	-778.461	-827.881	42.72381	171.1204	-42.6319
26	Kab. Bangkalan	-828.777	39.86419	171.0102	-42.6683	607.4644
27	Kab. Sampang	38.92944	1932.615	-10.7661	623.0367	-65.5626
28	Kab. Pamekasan	1931.797	-9.05686	623.0549	-65.5414	2333.782
29	Kab. Sumenep	-10.0268	593.0679	-65.5844	2333.486	64.31057
30	Kota Kediri	592.8743	-65.6989	2333.483	64.30851	-762.715
31	Kota Blitar	-66.6619	2340.212	64.41779	-762.686	-1005.37
32	Kota Malang	2339.238	74.79248	-763.969	-1005.71	41.81785
33	Kota Probolinggo	73.81859	-687.41	-1005.52	42.15847	1931.999
34	Kota Pasuruan	-688.313	-1004.04	42.19921	1932.012	-8.88583
35	Kota Mojokerto	-1005.02	40.12358	1931.93	-8.9146	592.8438
36	Kota Madiun	39.16108	1866.769	-9.5578	592.2296	-80.9608
37	Kota Surabaya	1865.927	-8.79986	592.2689	-80.9408	233.2967
38	Kota Batu	-9.77177	556.7996	-81.1743	2332.694	66.268

Lampiran 10. (Lanjutan)

No	Kabupaten/ Kota	β_4	β_5	β_6	β_7
1	Kab. Pacitan	-0.48895	0.034656	34.72728	4.756236
2	Kab. Ponorogo	-1.85114	36.59003	2.32824	-268.446
3	Kab. Trenggalek	36.54654	2.331567	-268.45	-18.3044
4	Kab. Tulungagung	2.281872	-268.475	-18.2855	-68.3784
5	Kab. Blitar	-268.796	-18.032	-68.3382	-86.7205
6	Kab. Kediri	-18.0273	-68.3369	-86.7199	13.88629
7	Kab. Malang	-68.2644	-86.6667	13.86678	45.4667
8	Kab. Lumajang	-86.6673	13.86675	45.46657	-0.87831
9	Kab. Jember	13.89525	45.42478	-0.8175	40.79129
10	Kab. Banyuwangi	45.48561	-0.79747	40.78994	7.859665
11	Kab. Bondowoso	5.004462	41.82807	16.21972	-233.88
12	Kab. Situbondo	41.76009	16.23474	-233.891	-24.975
13	Kab. Probolinggo	17.03015	-233.784	-25.4461	844.6218
14	Kab. Pasuruan	-233.694	-25.4058	844.6339	-127.496
15	Kab. Sidoarjo	-25.3791	844.6363	-127.508	-107.94
16	Kab. Mojokerto	843.8674	-130.822	-108.384	117.8795
17	Kab. Jombang	-130.822	-108.379	117.879	2.926867
18	Kab. Nganjuk	-109.428	110.5933	3.40655	-111.183
19	Kab. Madiun	110.5894	3.408476	-111.183	8.423307
20	Kab. Magetan	5.608213	-119.616	4.351477	61.83216
21	Kab. Ngawi	-119.743	4.517166	61.82064	-33.7534
22	Kab. Bojonegoro	26.60205	96.65323	-38.6172	614.7478
23	Kab. Tuban	96.70772	-38.6595	614.7578	-70.7646
24	Kab. Lamongan	-43.2506	608.0907	-77.723	2343.029
25	Kab. Gresik	608.0549	-77.6897	2343.027	99.83309
26	Kab. Bangkalan	-77.6615	2343.024	99.8212	-778.011
27	Kab. Sampang	2334.034	69.61825	-763.098	-1006.4
28	Kab. Pamekasan	69.63299	-763.021	-1006.41	38.73869
29	Kab. Sumenep	-762.692	-1006.39	38.54286	1935.667
30	Kota Kediri	-1006.38	38.54186	1935.667	-10.0121
31	Kota Blitar	38.4595	1935.744	-9.98437	592.1601
32	Kota Malang	1935.608	-9.43737	592.0978	-65.6866
33	Kota Probolinggo	-9.30138	593.2362	-65.4884	2331.847
34	Kota Pasuruan	593.2161	-65.4759	2331.847	73.62671
35	Kota Mojokerto	-65.4576	2331.836	73.62094	-687.995
36	Kota Madiun	2333.131	71.04691	-688.022	-998.097
37	Kota Surabaya	71.05668	-687.97	-998.101	39.02059
38	Kota Batu	-687.676	-998.134	38.83184	1870.157

Lampiran 11. Koefisien Parameter Dengan *Adaptive* Gaussian

No	Kabupaten/ Kota	τ	β_0	β_1	β_2	β_3
1	Kab. Pacitan	-248.966	20.02712	-3.55485	-95.8782	13.84963
2	Kab. Ponorogo	19.71357	-170.992	-84.1052	26.03522	19.87598
3	Kab. Trenggalek	-171.416	-88.7443	25.90786	19.83734	-4.07287
4	Kab. Tulungagung	-88.9875	37.84676	20.42972	-3.95737	40.40521
5	Kab. Blitar	37.54281	28.47489	-3.38756	40.9289	6.481717
6	Kab. Kediri	28.17434	-2.39225	40.91176	6.470836	-264.377
7	Kab. Malang	-3.05452	36.66837	6.370387	-264.464	19.68655
8	Kab. Lumajang	37.3964	6.319442	-264.454	19.6898	-173.219
9	Kab. Jember	5.597219	-262.318	19.42897	-173.326	-92.4728
10	Kab. Banyuwangi	-262.944	17.53803	-173.362	-92.5078	37.28982
11	Kab. Bondowoso	17.04143	222.4788	-83.7252	33.64194	173.1428
12	Kab. Situbondo	221.8206	-86.6054	33.60845	173.0748	-2.84077
13	Kab. Probolinggo	-87.0089	25.76133	173.2929	-2.97939	18.53297
14	Kab. Pasuruan	25.46682	160.3647	-3.34775	18.35664	5.680846
15	Kab. Sidoarjo	159.7438	-9.78032	18.85577	5.809794	-310.085
16	Kab. Mojokerto	-10.4744	-117.516	3.73152	-310.568	16.81967
17	Kab. Jombang	-117.88	54.72551	-312.053	16.41307	221.6702
18	Kab. Nganjuk	54.01987	-271.078	15.38799	221.5989	-94.534
19	Kab. Madiun	-271.367	18.17599	221.9931	-94.3829	26.50903
20	Kab. Magetan	17.59316	-296.588	-70.7326	30.38587	143.527
21	Kab. Ngawi	-297.31	-217.2	26.89186	145.3353	-38.3668
22	Kab. Bojonegoro	-217.541	53.41423	145.86	-38.257	-121.469
23	Kab. Tuban	53.05946	-514.888	-40.4336	-118.821	-21.296
24	Kab. Lamongan	-515.002	-46.3851	-118.744	-21.1725	-263.086
25	Kab. Gresik	-47.0586	-63.1211	-20.5112	-262.578	44.23822
26	Kab. Bangkalan	-63.2915	-19.1643	-262.503	44.25641	-303.778
27	Kab. Sampang	-19.4595	-261.201	44.28001	-303.758	-165.502
28	Kab. Pamekasan	-261.555	45.79519	-303.717	-165.479	53.58309
29	Kab. Sumenep	45.20096	-302.775	-165.222	53.72508	-520.1
30	Kota Kediri	-303.509	-168.231	53.62959	-520.157	-48.3537
31	Kota Blitar	-168.743	62.22212	-519.906	-48.227	-61.7552
32	Kota Malang	61.51924	-509.121	-47.9964	-61.4717	-16.0359
33	Kota Probolinggo	-509.789	-48.8446	-61.52	-16.0641	-262.599
34	Kota Pasuruan	-49.1882	11.96257	-14.8893	-262.149	56.00295
35	Kota Mojokerto	11.23513	-14.2746	-262.1	56.03297	-304.977
36	Kota Madiun	-16.872	-262.187	56.02213	-304.981	-171.094
37	Kota Surabaya	-263.049	57.66019	-304.952	-171.067	62.23394
38	Kota Batu	56.99538	-301.335	-170.776	62.36301	-516.502

Lampiran 11. (Lanjutan)

No	Kabupaten/ Kota	β_4	β_5	β_6	β_7
1	Kab. Pacitan	-0.61876	-1.57285	34.62777	2.866138
2	Kab. Ponorogo	-3.50179	39.58932	-0.77606	-263.864
3	Kab. Trenggalek	39.62065	-0.87516	-263.849	20.22829
4	Kab. Tulungagung	-0.91389	-263.503	20.2511	-173.233
5	Kab. Blitar	-264.066	20.87802	-173.285	-91.1088
6	Kab. Kediri	20.88758	-173.304	-91.1055	37.57089
7	Kab. Malang	-173.237	-91.1539	37.56119	28.84574
8	Kab. Lumajang	-91.1539	37.56728	28.84454	-3.06913
9	Kab. Jember	37.59814	28.77006	-3.01312	37.74032
10	Kab. Banyuwangi	28.79182	-2.99511	37.73731	5.822936
11	Kab. Bondowoso	-2.12404	23.38949	8.372384	-308.758
12	Kab. Situbondo	23.46024	8.314401	-308.744	17.35576
13	Kab. Probolinggo	8.545113	-308.223	17.26651	223.0519
14	Kab. Pasuruan	-308.076	17.9181	223.0388	-85.513
15	Kab. Sidoarjo	18.00576	223.4521	-85.5041	25.1333
16	Kab. Mojokerto	223.5599	-86.4046	24.96084	171.873
17	Kab. Jombang	-86.3022	25.40388	171.8661	-12.0087
18	Kab. Nganjuk	25.76952	172.1787	-11.9918	-119.341
19	Kab. Madiun	172.1565	-11.7389	-119.37	53.06645
20	Kab. Magetan	-9.72254	-124.036	53.26051	-265.075
21	Kab. Ngawi	-125.209	67.53684	-266.614	30.9641
22	Kab. Bojonegoro	67.4335	-267.099	31.07766	-300.289
23	Kab. Tuban	-263.075	34.72489	-303.544	-165.628
24	Kab. Lamongan	34.70562	-303.601	-165.648	53.32213
25	Kab. Gresik	-304.131	-165.709	53.40279	-520.786
26	Kab. Bangkalan	-165.717	53.34121	-520.78	-47.2769
27	Kab. Sampang	53.33043	-520.784	-47.2779	-63.444
28	Kab. Pamekasan	-520.799	-47.2952	-63.4396	-19.6511
29	Kab. Sumenep	-47.3233	-63.3595	-19.6783	-262.136
30	Kota Kediri	-63.3116	-19.6996	-262.124	45.6303
31	Kota Blitar	-19.7759	-262.158	45.643	-304.649
32	Kota Malang	-262.39	45.87626	-304.72	-170.185
33	Kota Probolinggo	45.88643	-304.732	-170.182	61.68129
34	Kota Pasuruan	-305.214	-171.052	61.94134	-517.456
35	Kota Mojokerto	-171.062	61.95048	-517.461	-49.3349
36	Kota Madiun	61.95187	-517.466	-49.3343	11.26189
37	Kota Surabaya	-517.484	-49.3226	11.26128	-17.0658
38	Kota Batu	-49.3567	11.27487	-17.0759	-263.867

Lampiran 12. Syntax Uji Z parsial menggunakan Matlab

```
tetaTemp1 = tetaTemp';  
[baris, kolom] = size(tetaTemp1);  
  
z = zeros(baris, kolom);  
  
% return  
  
for i = 1:baris  
    temp = sem(tetaTemp1(i,:));  
    for j=1:kolom  
        z(i,j) = tetaTemp1(i,j) / temp;  
    end  
end
```

Halaman ini sengaja dikosongkan

Lampiran 13. Nilai Z Uji Parsial Dengan Pembobot *Adaptive* Bisquare

No	Kabupaten/ Kota	β_1	β_2	β_3	β_4
1	Kab. Pacitan	-0.11381	-3.27559	0.278425	-0.02
2	Kab. Ponorogo	-2.51637	0.604388	0.883028	-0.07483
3	Kab. Trenggalek	0.607399	0.885318	-0.05716	1.159691
4	Kab. Tulungagung	0.885736	-0.05649	1.168787	0.069481
5	Kab. Blitar	-0.03889	1.149764	0.305003	-8.33135
6	Kab. Kediri	1.148107	0.304396	-8.33251	-0.51049
7	Kab. Malang	0.298912	-8.33454	-0.55332	-1.12786
8	Kab. Lumajang	-8.33443	-0.55327	-1.12755	-2.47153
9	Kab. Jember	-0.56428	-1.13641	-2.524	0.610359
10	Kab. Banyuwangi	-0.92595	-2.08091	0.94713	1.190267
11	Kab. Bondowoso	-0.38664	0.124192	-0.37368	0.007492
12	Kab. Situbondo	0.122175	-0.375	-0.01979	0.213765
13	Kab. Probolinggo	-0.37517	-0.02551	0.128491	-0.00494
14	Kab. Pasuruan	-0.02565	0.128358	-0.00707	-1.48706
15	Kab. Sidoarjo	0.128361	-0.00706	-1.48693	0.620954
16	Kab. Mojokerto	-0.00323	-1.48434	0.623424	8.631135
17	Kab. Jombang	-1.48435	0.623418	8.631114	-0.46797
18	Kab. Nganjuk	0.623176	8.630445	-0.46879	0.065986
19	Kab. Madiun	8.630433	-0.46879	0.065974	-0.3789
20	Kab. Magetan	-0.52353	0.075457	-0.53769	-0.03101
21	Kab. Ngawi	0.073491	-0.5388	-0.05649	0.07364
22	Kab. Bojonegoro	-0.53939	-0.06153	-0.01229	-0.00209
23	Kab. Tuban	-0.06182	-0.01241	-0.00414	-1.56164
24	Kab. Lamongan	-0.01241	-0.00414	-1.5615	0.693214
25	Kab. Gresik	-0.012	-1.56581	0.671215	8.561597
26	Kab. Bangkalan	-1.56585	0.671203	8.56156	-0.57303
27	Kab. Sampang	0.671053	8.561151	-0.57372	0.065311
28	Kab. Pamekasan	8.561097	-0.57372	0.065272	-0.53866
29	Kab. Sumenep	-0.72186	0.082678	-0.96498	-0.07706
30	Kota Kediri	0.080289	-0.9654	-0.10529	0.100317
31	Kota Blitar	-0.96493	-0.11029	0.016442	-0.01241
32	Kota Malang	-0.11065	0.016103	-0.01682	-1.76111
33	Kota Probolinggo	0.01611	-0.01682	-1.76095	0.834014
34	Kota Pasuruan	-0.045	-1.7787	0.795028	8.390412
35	Kota Mojokerto	-1.7788	0.795002	8.390454	-0.79118
36	Kota Madiun	0.794145	8.38936	-0.79362	0.049979
37	Kota Surabaya	8.388918	-0.7936	0.049823	-0.95302
38	Kota Batu	-0.56883	0.033205	-0.36124	-0.08873

Lampiran 13. (Lanjutan)

No	Kabupaten/ Kota	β_5	β_6	β_7
1	Kab. Pacitan	-0.01191	1.184418	0.166078
2	Kab. Ponorogo	1.159109	0.068277	-8.53626
3	Kab. Trenggalek	0.070169	-8.54882	-0.52742
4	Kab. Tulungagung	-8.53511	-0.52642	-1.16172
5	Kab. Blitar	-0.51087	-1.1303	-2.47246
6	Kab. Kediri	-1.13039	-2.47102	0.607088
7	Kab. Malang	-2.47153	0.606933	1.450364
8	Kab. Lumajang	0.606964	1.45035	-0.02105
9	Kab. Jember	1.453515	-0.01869	1.160755
10	Kab. Banyuwangi	-0.08066	0.964628	-0.10707
11	Kab. Bondowoso	0.212175	-0.00951	-1.50069
12	Kab. Situbondo	-0.00973	-1.49848	0.623936
13	Kab. Probolinggo	-1.4873	0.620895	8.638905
14	Kab. Pasuruan	0.620971	8.638244	-0.46017
15	Kab. Sidoarjo	8.638084	-0.46016	0.064108
16	Kab. Mojokerto	-0.46797	0.065958	-0.37901
17	Kab. Jombang	0.06595	-0.37901	-0.02829
18	Kab. Nganjuk	-0.3789	-0.02828	0.051372
19	Kab. Madiun	-0.02828	0.051372	-0.006
20	Kab. Magetan	0.072222	-0.00677	-1.57457
21	Kab. Ngawi	-0.00659	-1.57283	0.696142
22	Kab. Bojonegoro	-1.562	0.693523	8.557518
23	Kab. Tuban	0.69323	8.556136	-0.57784
24	Kab. Lamongan	8.556005	-0.57783	0.066506
25	Kab. Gresik	-0.57303	0.06527	-0.53872
26	Kab. Bangkalan	0.06528	-0.53873	-0.06486
27	Kab. Sampang	-0.53866	-0.06486	0.050348
28	Kab. Pamekasan	-0.06485	0.050348	-0.01376
29	Kab. Sumenep	0.098955	-0.01673	-1.77484
30	Kota Kediri	-0.01688	-1.77201	0.837307
31	Kota Blitar	-1.76198	0.834404	8.375294
32	Kota Malang	0.83404	8.372362	-0.79432
33	Kota Probolinggo	8.372164	-0.7943	0.050852
34	Kota Pasuruan	-0.79117	0.049897	-0.95286
35	Kota Mojokerto	0.049887	-0.95288	-0.11391
36	Kota Madiun	-0.95308	-0.11387	0.342205
37	Kota Surabaya	-0.11387	0.34219	-0.046
38	Kota Batu	0.178931	-0.03268	-1.47098

Lampiran 14. Nilai Z Uji Parsial Dengan Pembobot *Fixed* Bisquare

No	Kabupaten/ Kota	β_1	β_2	β_3	β_4
1	Kab. Pacitan	-0.11085	-3.2786	0.249732418	-0.0189
2	Kab. Ponorogo	-2.5368	0.56303	0.948055247	-0.0689
3	Kab. Trenggalek	0.56522	0.949675	-0.04804317	1.150688
4	Kab. Tulungagung	0.94957	-0.04754	1.162004931	0.069192
5	Kab. Blitar	-0.02938	1.143258	0.29576255	-8.32623
6	Kab. Kediri	1.142137	0.295253	-8.33024074	-0.53828
7	Kab. Malang	0.292577	-8.31157	-0.58812104	-1.05891
8	Kab. Lumajang	-8.31151	-0.58808	-1.05858844	-2.52368
9	Kab. Jember	-0.60015	-1.07028	-2.58794632	0.546687
10	Kab. Banyuwangi	-0.9073	-2.21315	1.039656973	1.247585
11	Kab. Bondowoso	-1.8105	0.660419	0.593729061	-0.06918
12	Kab. Situbondo	0.645966	0.583066	-0.15770622	0.622753
13	Kab. Probolinggo	0.595925	-0.16544	0.46550458	-0.0833
14	Kab. Pasuruan	-0.1682	0.464149	-0.1101792	-4.19006
15	Kab. Sidoarjo	0.464623	-0.11007	-4.18506056	2.161916
16	Kab. Mojokerto	-0.13174	-4.17765	2.269373085	6.75915
17	Kab. Jombang	-4.17797	2.269202	6.75943478	-2.09492
18	Kab. Nganjuk	2.217772	6.721456	-2.12936036	0.817093
19	Kab. Madiun	6.718659	-2.12866	0.815689681	0.541306
20	Kab. Magetan	-2.26188	0.860423	0.410762509	-0.14251
21	Kab. Ngawi	0.840837	0.401141	-0.23341371	1.030028
22	Kab. Bojonegoro	0.107931	-0.12734	0.965049376	-0.11049
23	Kab. Tuban	-0.1298	0.964622	-0.12658049	-2.62356
24	Kab. Lamongan	0.963806	-0.12592	-2.68910357	1.385095
25	Kab. Gresik	-0.12596	-2.68927	1.384800044	4.320068
26	Kab. Bangkalan	-2.6877	1.384408	4.323524383	-1.52561
27	Kab. Sampang	1.38091	4.318882	-1.53922677	-6.55334
28	Kab. Pamekasan	4.3229	-1.54004	-6.5563995	0.027324
29	Kab. Sumenep	-1.71057	-7.27807	-0.83721803	-0.87863
30	Kota Kediri	-7.2794	-0.8379	-0.88531146	1.195502
31	Kota Blitar	-0.82904	-0.87418	1.146007315	-0.09193
32	Kota Malang	-0.87791	1.144933	-0.1248743	-2.81931
33	Kota Probolinggo	0.653638	-0.06379	-2.06491555	0.803685
34	Kota Pasuruan	-0.06317	-2.06112	0.8095822	1.685181
35	Kota Mojokerto	-2.03947	0.805063	1.706967031	-0.91398
36	Kota Madiun	0.804712	1.706863	-0.91680868	-3.34359
37	Kota Surabaya	1.706724	-0.91677	-3.34358973	-0.52847
38	Kota Batu	-0.8721	-3.43279	-0.47445937	-8.43499

Lampiran 14. (Lanjutan)

No	Kabupaten/ Kota	β_5	β_6	β_7
1	Kab. Pacitan	-0.00643	1.18552	0.165256065
2	Kab. Ponorogo	1.151051	0.069222	-8.52807323
3	Kab. Trenggalek	0.069955	-8.5351	-0.55911536
4	Kab. Tulungagung	-8.52449	-0.55817	-1.09295189
5	Kab. Blitar	-0.53851	-1.06416	-2.53236669
6	Kab. Kediri	-1.06421	-2.53192	0.543562845
7	Kab. Malang	-2.52367	0.541566	1.462918055
8	Kab. Lumajang	0.541578	1.462914	-0.01950424
9	Kab. Jember	1.472507	-0.01728	1.248728454
10	Kab. Banyuwangi	-0.08523	1.078269	-0.09210296
11	Kab. Bondowoso	0.623474	-0.09262	-4.25443129
12	Kab. Situbondo	-0.09263	-4.20833	2.165033307
13	Kab. Probolinggo	-4.18969	2.15891	6.79098437
14	Kab. Pasuruan	2.161292	6.793849	-2.09220164
15	Kab. Sidoarjo	6.801361	-2.09338	0.815327854
16	Kab. Mojokerto	-2.09493	0.813041	0.496033137
17	Kab. Jombang	0.812618	0.496005	-0.1375483
18	Kab. Nganjuk	0.541462	-0.14183	0.986092828
19	Kab. Madiun	-0.14186	0.98573	-0.14711421
20	Kab. Magetan	1.038483	-0.15544	-4.39092139
21	Kab. Ngawi	-0.15257	-4.33032	2.330579219
22	Kab. Bojonegoro	-2.62381	1.372844	4.309597582
23	Kab. Tuban	1.372667	4.310397	-1.51397925
24	Kab. Lamongan	4.319802	-1.52583	-6.56233042
25	Kab. Gresik	-1.52593	-6.56269	0.029083796
26	Kab. Bangkalan	-6.55953	0.029187	-0.79223623
27	Kab. Sampang	0.027329	-0.79103	0.961015057
28	Kab. Pamekasan	-0.79167	0.961654	-0.09721265
29	Kab. Sumenep	1.195169	-0.09527	-2.86223025
30	Kota Kediri	-0.09539	-2.86217	1.487306753
31	Kota Blitar	-2.82154	1.46558	3.076153832
32	Kota Malang	1.465972	3.074883	-1.69765511
33	Kota Probolinggo	1.688536	-0.92092	-3.37874147
34	Kota Pasuruan	-0.91937	-3.3731	-0.53345502
35	Kota Mojokerto	-3.34374	-0.52836	-8.15286575
36	Kota Madiun	-0.52851	-8.15278	0.682538928
37	Kota Surabaya	-8.15234	0.682497	0.169442303
38	Kota Batu	0.694027	0.179385	-2.17655915

Lampiran 15. Nilai Z Uji Parsial Dengan Pembobot *Fixed* Gaussian

No	Kabupaten/ Kota	β_1	β_2	β_3	β_4
1	Kab. Pacitan	-0.10786	-3.28423	0.205616	-0.01672
2	Kab. Ponorogo	-2.66112	0.459708	1.119702	-0.05804
3	Kab. Trenggalek	0.461409	1.120548	-0.03589	1.145901
4	Kab. Tulungagung	1.120046	-0.03503	1.17347	0.071415
5	Kab. Blitar	-0.02021	1.159682	0.256957	-8.27082
6	Kab. Kediri	1.159723	0.256777	-8.27954	-0.55502
7	Kab. Malang	0.2542	-8.26182	-0.59991	-2.09663
8	Kab. Lumajang	-8.26182	-0.59987	-2.09625	-2.66187
9	Kab. Jember	-0.612	-2.1179	-2.72811	0.430625
10	Kab. Banyuwangi	-2.11756	-2.72481	0.400493	1.406314
11	Kab. Bondowoso	-1.27156	-0.4587	1.087296	0.048916
12	Kab. Situbondo	-0.45857	1.089885	0.05835	0.408918
13	Kab. Probolinggo	1.056032	0.056962	0.257051	0.163527
14	Kab. Pasuruan	0.055457	0.25642	0.147771	-2.24442
15	Kab. Sidoarjo	0.255999	0.147604	-2.24848	-0.2437
16	Kab. Mojokerto	0.089265	-2.19837	-0.12424	7.956229
17	Kab. Jombang	-2.19828	-0.12422	7.956069	-1.23341
18	Kab. Nganjuk	-0.32109	8.513527	-0.79437	-1.11837
19	Kab. Madiun	8.513847	-0.79432	-1.11775	1.130266
20	Kab. Magetan	-0.86789	-1.23929	1.385341	0.062431
21	Kab. Ngawi	-1.23736	1.393021	0.084565	-1.33713
22	Kab. Bojonegoro	0.366149	0.118915	-2.91572	0.093693
23	Kab. Tuban	0.118633	-2.91654	0.090612	0.340685
24	Kab. Lamongan	-2.6735	0.137447	0.551115	-0.13931
25	Kab. Gresik	0.137642	0.551294	-0.13735	1.958955
26	Kab. Bangkalan	0.550893	-0.13745	1.956891	-0.25018
27	Kab. Sampang	-0.0288	1.665866	-0.17537	6.240713
28	Kab. Pamekasan	1.666317	-0.17535	6.241547	0.18627
29	Kab. Sumenep	-0.17548	6.241197	0.17205	-2.03991
30	Kota Kediri	6.241182	0.172044	-2.03997	-2.69159
31	Kota Blitar	0.172126	-2.03741	-2.68558	0.102739
32	Kota Malang	-2.04181	-2.68778	0.111768	5.17196
33	Kota Probolinggo	-2.71515	0.113848	5.215862	-0.02513
34	Kota Pasuruan	0.113971	5.216513	-0.02401	1.602097
35	Kota Mojokerto	5.215546	-0.02408	1.600862	-0.17682
36	Kota Madiun	-0.02609	1.615637	-0.22093	6.364851
37	Kota Surabaya	1.616058	-0.22092	6.365643	0.193962
38	Kota Batu	-0.22157	6.36534	0.18091	-1.87625

Lampiran 15. (Lanjutan)

No	Kabupaten/ Kota	β_5	β_6	β_7
1	Kab. Pacitan	0.001185	1.187396	0.162625
2	Kab. Ponorogo	1.147235	0.072999	-8.41679
3	Kab. Trenggalek	0.073105	-8.41715	-0.57393
4	Kab. Tulungagung	-8.40239	-0.57228	-2.14002
5	Kab. Blitar	-0.55484	-2.10276	-2.66838
6	Kab. Kediri	-2.10392	-2.66989	0.427524
7	Kab. Malang	-2.66183	0.425896	1.396436
8	Kab. Lumajang	0.425898	1.396444	-0.02698
9	Kab. Jember	1.407752	-0.02533	1.264157
10	Kab. Banyuwangi	-0.02466	1.261134	0.243003
11	Kab. Bondowoso	0.408844	0.158538	-2.28604
12	Kab. Situbondo	0.158972	-2.29028	-0.24456
13	Kab. Probolinggo	-2.24484	-0.24434	8.110213
14	Kab. Pasuruan	-0.244	8.11197	-1.22448
15	Kab. Sidoarjo	8.110504	-1.22438	-1.03648
16	Kab. Mojokerto	-1.23343	-1.02187	1.111402
17	Kab. Jombang	-1.02181	1.111383	0.027595
18	Kab. Nganjuk	1.13028	0.034815	-1.13631
19	Kab. Madiun	0.034836	-1.13633	0.086089
20	Kab. Magetan	-1.33158	0.048441	0.688325
21	Kab. Ngawi	0.050442	0.690333	-0.37691
22	Kab. Bojonegoro	0.340415	-0.13601	2.165157
23	Kab. Tuban	-0.13619	2.165691	-0.24929
24	Kab. Lamongan	1.958685	-0.25035	7.546993
25	Kab. Gresik	-0.25029	7.548474	0.32163
26	Kab. Bangkalan	7.547839	0.321565	-2.50628
27	Kab. Sampang	0.186186	-2.04036	-2.69079
28	Kab. Pamekasan	-2.04065	-2.69147	0.103604
29	Kab. Sumenep	-2.69159	0.103088	5.175983
30	Kota Kediri	0.103085	5.175977	-0.0268
31	Kota Blitar	5.169863	-0.02669	1.581881
32	Kota Malang	-0.02524	1.582468	-0.17562
33	Kota Probolinggo	1.601962	-0.1769	6.296804
34	Kota Pasuruan	-0.17689	6.297546	0.198921
35	Kota Mojokerto	6.296617	0.198877	-1.85754
36	Kota Madiun	0.193898	-1.8767	-2.72273
37	Kota Surabaya	-1.87692	-2.72327	0.106476
38	Kota Batu	-2.72355	0.105968	5.101931

Lampiran 16. Nilai Z Uji Parsial Dengan Pembobot *Adaptive Gaussian*

No	Kabupaten/ Kota	β_1	β_2	β_3	β_4
1	Kab. Pacitan	-0.11893	-3.2076	0.463338	-0.0207
2	Kab. Ponorogo	-2.38467	0.738187	0.563552	-0.09929
3	Kab. Trenggalek	0.732699	0.561019	-0.11518	1.120511
4	Kab. Tulungagung	0.570157	-0.11044	1.127638	-0.0255
5	Kab. Blitar	-0.09332	1.127455	0.17855	-7.27414
6	Kab. Kediri	1.125905	0.178079	-7.27574	0.574833
7	Kab. Malang	0.176063	-7.30915	0.54409	-4.78786
8	Kab. Lumajang	-7.30482	0.543876	-4.78471	-2.51788
9	Kab. Jember	0.539059	-4.80895	-2.56567	1.043165
10	Kab. Banyuwangi	-4.80938	-2.56634	1.034489	0.798739
11	Kab. Bondowoso	-1.66033	0.667143	3.433543	-0.04212
12	Kab. Situbondo	0.666018	3.429822	-0.0563	0.464911
13	Kab. Probolinggo	3.435226	-0.05906	0.367384	0.169392
14	Kab. Pasuruan	-0.0672	0.368451	0.114025	-6.18365
15	Kab. Sidoarjo	0.376988	0.116157	-6.1996	0.359993
16	Kab. Mojokerto	0.071249	-5.9299	0.32115	4.268592
17	Kab. Jombang	-5.90181	0.310418	4.192416	-1.63222
18	Kab. Nganjuk	0.3083	4.43976	-1.894	0.516295
19	Kab. Madiun	4.443563	-1.88923	0.530623	3.446001
20	Kab. Magetan	-1.44225	0.619575	2.92655	-0.19824
21	Kab. Ngawi	0.509352	2.752758	-0.7267	-2.37154
22	Kab. Bojonegoro	2.712414	-0.71143	-2.25884	1.253994
23	Kab. Tuban	-0.65468	-1.92389	-0.34481	-4.25959
24	Kab. Lamongan	-1.92622	-0.34345	-4.2677	0.562983
25	Kab. Gresik	-0.32447	-4.15374	0.699807	-4.81107
26	Kab. Bangkalan	-4.15175	0.699961	-4.80457	-2.62098
27	Kab. Sampang	0.700841	-4.80772	-2.61947	0.844087
28	Kab. Pamekasan	-4.80124	-2.61594	0.847057	-8.23294
29	Kab. Sumenep	-2.61584	0.850588	-8.23435	-0.74923
30	Kota Kediri	0.848558	-8.23021	-0.76508	-1.00175
31	Kota Blitar	-8.17081	-0.75793	-0.97054	-0.3108
32	Kota Malang	-0.76364	-0.97803	-0.25514	-4.17471
33	Kota Probolinggo	-0.97804	-0.25539	-4.17477	0.729497
34	Kota Pasuruan	-0.22644	-3.98681	0.851703	-4.64176
35	Kota Mojokerto	-3.98711	0.852384	-4.63937	-2.60223
36	Kota Madiun	0.853004	-4.64371	-2.60512	0.943292
37	Kota Surabaya	-4.63645	-2.60087	0.946197	-7.86776
38	Kota Batu	-2.60485	0.951227	-7.87824	-0.75284

Lampiran 16. (Lanjutan)

No	Kabupaten/ Kota	β_5	β_6	β_7
1	Kab. Pacitan	-0.05262	1.158469	0.095886
2	Kab. Ponorogo	1.122492	-0.022	-7.48144
3	Kab. Trenggalek	-0.02475	-7.46189	0.572076
4	Kab. Tulungagung	-7.3539	0.565172	-4.83463
5	Kab. Blitar	0.57512	-4.77342	-2.50974
6	Kab. Kediri	-4.76937	-2.50725	1.033963
7	Kab. Malang	-2.51928	1.038103	0.797228
8	Kab. Lumajang	1.037693	0.796751	-0.08478
9	Kab. Jember	0.798229	-0.0836	1.04711
10	Kab. Banyuwangi	-0.08309	1.046903	0.161539
11	Kab. Bondowoso	0.46383	0.16603	-6.12288
12	Kab. Situbondo	0.164766	-6.11838	0.343939
13	Kab. Probolinggo	-6.10998	0.342278	4.421611
14	Kab. Pasuruan	0.359649	4.476799	-1.7164
15	Kab. Sidoarjo	4.467529	-1.7095	0.502496
16	Kab. Mojokerto	-1.64979	0.476596	3.281697
17	Kab. Jombang	0.48046	3.250477	-0.22712
18	Kab. Nganjuk	3.449622	-0.24026	-2.39102
19	Kab. Madiun	-0.23497	-2.3894	1.062214
20	Kab. Magetan	-2.52912	1.085994	-5.40494
21	Kab. Ngawi	1.279198	-5.04987	0.586483
22	Kab. Bojonegoro	-4.96697	0.577921	-5.58419
23	Kab. Tuban	0.562248	-4.91484	-2.68176
24	Kab. Lamongan	-4.92491	-2.68708	0.864973
25	Kab. Gresik	-2.62135	0.844781	-8.23834
26	Kab. Bangkalan	0.843647	-8.23669	-0.74773
27	Kab. Sampang	-8.24271	-0.74829	-1.00416
28	Kab. Pamekasan	-0.74766	-1.00287	-0.31065
29	Kab. Sumenep	-1.00312	-0.31155	-4.1502
30	Kota Kediri	-0.3117	-4.14747	0.721989
31	Kota Blitar	-4.12006	0.717323	-4.78785
32	Kota Malang	0.729906	-4.84819	-2.70769
33	Kota Probolinggo	-4.84458	-2.70552	0.980601
34	Kota Pasuruan	-2.60139	0.942016	-7.86956
35	Kota Mojokerto	0.942403	-7.87172	-0.75049
36	Kota Madiun	-7.87904	-0.75117	0.171476
37	Kota Surabaya	-0.74989	0.171215	-0.25947
38	Kota Batu	0.171976	-0.26046	-4.02478

Lampiran 17. Syntax dan output Jarak *Euclidian* Antar Kabupaten/ Kota Di Propinsi Jawa Timur Menggunakan Software R

A. Syntax program

```
library(spam)
library(maps)
a=read.table("d://tesis.txt",header=TRUE)
b=read.table("d://koordinat.txt",header=TRUE)
u=b[,1]
u<-as.matrix(u)
i<-nrow(u)
v=b[,2]
v<-as.matrix(v)
j<-nrow(v)
library(fields)
jarak<-matrix(nrow=38,ncol=38)
for(i in 1:38)
for(j in 1:38){jarak[i,j]=sqrt((u[i,]-u[j,])**2+(v[i,]-v[j,])**2)}
write.table(jarak,file="D:jarak.csv",sep=",")
```

B. Output program

Kab/ Kota	1	2	3	...	37	38
1	0	0.295466	1.637681	...	0.794292	0.487647
2	0.295466	0	1.893806	...	1.084159	0.781089
3	1.637681	1.893806	0	...	0.926121	1.208056
4	2.012461	2.262764	0.379473	...	1.303879	1.587514
5	0.669104	0.796241	1.950103	...	1.025768	0.785684
6	1.960638	2.256103	1.053803	...	1.201083	1.480304
7	1.21499	1.497765	0.539073	...	0.431856	0.74027
8	1.968248	2.250089	0.54037	...	1.180381	1.490839
9	0.870919	1.163873	0.910659	...	0.1	0.383275
10	0.164924	0.417732	1.629847	...	0.740068	0.431045
11	0.818413	1.082451	1.466492	...	0.605392	0.54
12	0.759605	0.991413	0.910494	...	0.425793	0.466476
13	0.27	0.308869	1.620278	...	0.885889	0.617171
14	0.341321	0.165529	1.97851	...	1.12641	0.816149
15	0.766942	0.994636	0.911373	...	0.445533	0.483735
...
33	0.936216	1.18423	0.710282	...	0.392173	0.562228
34	0.230217	0.136015	1.866815	...	1.019657	0.710211
35	0.724431	0.990808	0.914112	...	0.237697	0.326497
36	1.592545	1.871817	0.331361	...	0.812219	1.120714
37	0.794292	1.084159	0.926121	...	0	0.310644
38	0.487647	0.781089	1.208056	...	0.310644	0

Halaman ini sengaja dikosongkan

Lampiran 18. Pembobot Geografis Menggunakan Software R

a. Syntak Program

```
library(MASS)
data      =read.table("dataheader.csv",header=T,sep=",")
#Kota.Kab = data[,1]
Y         = data[,1]
X         = data[,2:8]
attach(X)
uv        = read.csv("uv.csv");
U         = uv[,1]
V         = uv[,2]
Koordinat = cbind(U,V)
n         = nrow(data)

##--> Menghitung Jarak (d.ij) <--

jarak = matrix(nrow=n,ncol=n)
for(i in 1:n)
{
  for(j in 1:n)
  {
    jarak[i,j]=sqrt(((U[i]-U[j])^2)+((V[i]-V[j])^2))
  }
}

##--> Menghitung Bandwidth <--

library(spgwr)
dataa=data.frame(Y,X)

bdwtAdBisquare=ggwr.sel(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7,data=dataa,c
oords=Koordinat,adapt=TRUE,gweight=gwr.bisquare)
bdwtAdBisquare=ggwr(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7,data=dataa,coord
s=Koordinat,adapt=bdwtAdBisquare,gweight=gwr.bisquare)
bw.adbsq = as.matrix(bdwtAdBisquare$bandwidth)
bw.bsq=ggwr.sel(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7,data=dataa,coords=Ko
ordinat,adapt=F,gweight=gwr.bisquare)

bw.gaussian=ggwr.sel(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7,data=dataa,coor
ds=Koordinat,adapt=F,gweight=gwr.Gauss)
bw.agaussian=ggwr.sel(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7,data=dataa,coo
rds=Koordinat,adapt=T,gweight=gwr.Gauss)

##--> Menghitung Pembobot <--

w.bsq      = matrix(0,nrow=n,ncol=n)
w.adbsq    = matrix(0,nrow=n,ncol=n)
```

```

w.gaussian = matrix(0,nrow=n,ncol=n)
w.agaussian = matrix(0,nrow=n,ncol=n)

for (i in 1:nrow(X)) {
  for (j in 1:nrow(X)) {
    if(jarak[i,j] <= bw.bsqr) {
      w.bsqr[i,j] = (1-((jarak[i,j]/bw.bsqr)^2))^2
    }
    if(jarak[i,j] <= bw.adbsqr[i]) {
      w.adbsqr[i,j] = (1-((jarak[i,j]/bw.adbsqr[i])^2))^2
    }

    w.gaussian[i,j]= exp(-1/2*((jarak[i,j]/bw.gaussian)^2))

    w.agaussian[i,j]= exp(-1*((jarak[i,j]/bw.agaussian)^2))
  }
}

write.table(w.adbsqr, file="w.adbsqr.csv", sep=",")
write.table(w.bsqr, file="w.bsqr.csv", sep=",")
write.table(w.gaussian, file="w.gaussian.csv", sep=",")
write.table(w.agaussian, file="w.agaussian.csv", sep=",")

```

b. Output Program

Fungsi Pembobot Adaptive Bisquare

Kab/ Kota	1	2	3	...	37	38
1	1	0.977505	0.425756	...	0.843194	0.939327
2	0.981567	1	0.383919	...	0.766213	0.874771
3	0.248108	0.108136	1	...	0.704751	0.528377
4	0.193411	0.085126	0.960559	...	0.584971	0.424314
5	0.888263	0.843717	0.261513	...	0.747893	0.847663
6	0.062813	6.00E-05	0.6139	...	0.516641	0.328128
7	0.29481	0.09331	0.828153	...	0.887852	0.68946
8	0.14279	0.03495	0.908414	...	0.602565	0.413543
9	0.626681	0.394229	0.596266	...	0.994513	0.920918
10	0.992557	0.952732	0.404329	...	0.855482	0.949711
11	0.74453	0.577751	0.313235	...	0.855552	0.884157
12	0.778044	0.638571	0.689833	...	0.927262	0.913028
13	0.982276	0.976838	0.461634	...	0.817526	0.909143
...
33	0.614057	0.427439	0.766419	...	0.925504	0.850018
34	0.988242	0.995888	0.374874	...	0.782033	0.890913
35	0.780619	0.611715	0.663488	...	0.975078	0.953242
36	0.209442	0.062878	0.953591	...	0.737756	0.534963
37	0.706148	0.493533	0.612972	...	1	0.95175
38	0.91141	0.780963	0.521072	...	0.963554	1

Fungsi pembobot *Fixed* Bisquare

Kab/Kota	1	2	3	...	37	38
1	1	0.986204	0.619906	...	0.902453	0.962645
2	0.986204	1	0.512115	...	0.822288	0.905589
3	0.619906	0.512115	1	...	0.868609	0.781956
4	0.460866	0.352862	0.977295	...	0.748566	0.640273
5	0.930263	0.901986	0.487852	...	0.8401	0.904503
6	0.483299	0.355703	0.831648	...	0.784313	0.682688
7	0.779602	0.675892	0.954447	...	0.970643	0.914985
8	0.480008	0.35827	0.95423	...	0.791252	0.678593
9	0.883332	0.796721	0.872812	...	0.998415	0.97684
10	10.99569	0.972519	0.623107	...	0.91503	0.970752
11	10.8966	0.822821	0.688031	...	0.942724	0.954292
12	10.91059	0.850203	0.872856	...	0.971456	0.96579
13	10.98847	0.984928	0.627006	...	0.879417	0.940508
...
32	30.84471	0.754354	0.931487	...	0.988962	0.952418
33	30.86583	0.789969	0.921595	...	0.975759	0.9505
34	30.99161	0.997068	0.523699	...	0.841918	0.921611
35	30.91851	0.850379	0.871878	...	0.99106	0.983167
36	30.63824	0.521555	0.982663	...	0.898119	0.810739
37	30.90245	0.822288	0.868609	...	1	0.984755
38	30.96264	0.905589	0.781956	...	0.984755	1

Fungsi pembobot *Fixed* Gaussian

Kab/Kota	1	2	3	...	37	38
1	1	0.996545	0.899127	...	0.975297	0.990616
2	0.996545	1	0.867455	...	0.954469	0.976102
3	0.899127	0.867455	1	...	0.966567	0.943782
4	0.851661	0.816284	0.994307	...	0.934819	0.904913
5	0.982407	0.975178	0.860045	...	0.959142	0.975823
6	0.858641	0.817259	0.956928	...	0.944411	0.91679
7	0.943154	0.914902	0.988545	...	0.992633	0.978508
8	0.857624	0.818137	0.98849	...	0.946259	0.915653
9	0.970376	0.947712	0.967656	...	0.999604	0.994193
10	10.99892	0.993106	0.90004	...	0.97852	0.992661
11	10.97379	0.954609	0.918271	...	0.985575	0.988506
12	10.97738	0.961781	0.967668	...	0.992838	0.99141
13	10.99711	0.996225	0.90115	...	0.969365	0.985012
...
33	30.96585	0.945918	0.980197	...	0.993921	0.987546
34	30.9979	0.999267	0.870953	...	0.959618	0.980201
35	30.97941	0.961827	0.967414	...	0.997762	0.995783
36	30.90434	0.870308	0.995656	...	0.974184	0.951424
37	30.9753	0.954469	0.966567	...	1	0.996181
38	30.99062	0.976102	0.943782	...	0.996181	1

Fungsi pembobot *Adaptive* Gaussian

Kab/Kota	1	2	3	...	37	38
1	1	0.91639	0.068398	...	0.532061	0.788332
2	0.91639	1	0.02768	...	0.30864	0.543246
3	0.068398	0.02768	1	...	0.424081	0.232324
4	0.017412	0.005971	0.865869	...	0.182618	0.080412
5	0.639053	0.530414	0.022293	...	0.349112	0.539348
6	0.021393	0.006153	0.329338	...	0.23626	0.111734
7	0.228453	0.106071	0.747781	...	0.829835	0.578056
8	0.020763	0.006322	0.746735	...	0.248202	0.10829
9	0.468314	0.257997	0.436299	...	0.990048	0.863361
10	10.97316	0.839854	0.070172	...	0.57823	0.830416
11	10.51176	0.309784	0.116376	...	0.693117	0.747034
12	10.56153	0.374168	0.43643	...	0.834162	0.80442
13	10.92968	0.908996	0.072389	...	0.456156	0.683206
...
33	30.41618	0.245953	0.603761	...	0.857423	0.728951
34	30.94837	0.981667	0.030637	...	0.353504	0.603821
35	30.59163	0.374617	0.433559	...	0.945058	0.89887
36	30.07914	0.03007	0.895998	...	0.516954	0.284736
37	30.53206	0.30864	0.424081	...	1	0.907996
38	30.78833	0.543246	0.232324	...	0.907996	1

Lampiran 19. Syntak Menentukan nilai Log Likelihood di bawah populasi pada GWPIGR

```
% di bawah populasi
format longG;
format compact;

data = load('data.csv');

% matriks w
w = load('pembobot.csv');
x = ones(38,8);
x(:, 2:8) = data(:, 2:8);
y = data(:, 1);

[baris, kolom] = size(x);
% mencari nilai likelihood

% mereset nilai tao
tao = 4.692;

beta = (((inv(x' * x)) * x') * y);
miu = exp(x * beta);

aa = 0;
aa = aa + y(:,1) .* miu(:,1) .* w(:,1);
for j = 1:size(aa,1)
    if isnan(aa(j)) || isinf(aa(j))
        aa(j) = 0;
    end
end
bb = 0;
bb = bb + w(:,1);
bb = (1 / tao) * bb;

cc = 0;
temp = (log(factorial(y(:,1))) / log(exp(1))) .* w(:,1);

for i = 1:size(temp,1)
    if isnan(temp(i)) || isinf(temp(i))
        temp(i) = 0;
    end
end
dd = cc + temp;
dd = 0;

dd = dd + w(:,1);
dd = (1 / 2) * (log(2 / pi) / log(exp(1))) * dd;
ee = 0;
```

Lampiran 19. (Lanjutan)

```

ee = ee + w(:,1);
ee = (1/2) * (log(tao) / log(exp(1))) * ee;

ff = 0;
ff = ff + (((2 * y(:,1)) - 1) / 4) .* ((2 * (miu(:,1)) * tao) + 1)
.* w(:,1);
for j = 1:size(ff,1)
    if isnan(ff(j)) || isinf(ff(j))
        ff(j) = 0;
    end
end

gg = 0;
for i = 1:baris

    z = (1 / tao) * sqrt(2 * miu(i,1) * tao + 1);

    k1 = 0;
    for j = 0:(y(i,1))
        k1 = k1 + (factorial(y(i,1) + j) / (factorial(y(i,1) - j) *
factorial(j))) * ((2 * z).^(-j));
    end

    k1 = ((pi / (2 * z))^(1/2) * exp(-1 * z)) * k1;

    gg(i) = (log(k1) / log(exp(1))) * w(i,1);

    if isnan(gg(i)) || isinf(gg(i))
        gg(i) = 0;
    end

end

gg = gg';
varLL = aa + bb - cc + dd - ee - ff + gg;

varLL = real(varLL);
varLL

```

Lampiran 20. Sintax Program untuk menentukan nilai Log Likelihood dibawah H_0 pada model GWPIGR

```
format longG;
format compact;

% di bawah H0
data = load('data.csv');

% matriks w
w = load('pembobot.csv');

x = ones(38,8);
x(:, 2:8) = data(:, 2:8);
y = data(:, 1);
% mencari nilai likelihood

% mereset nilai tao
tao = 4.692;

miul = tetaTemp(2,:);
miul = exp(miul);
aa = 0;
aa = aa + y(:,1) .* (log(miul(:,1))/log(exp(1))) .* w(:,1);
for j = 1:size(aa,1)
    if isnan(aa(j)) || isinf(aa(j))
        aa(j) = 0;
    end
end

bb = 0;
bb = bb + w(:,1);
bb = (1 / tao) * bb;
cc = 0;
temp = (log(factorial(y(:,1))) / log(exp(1))) .* w(:,1);

for j = 1:size(temp,1)
    if isnan(temp(j)) || isinf(temp(j))
        temp(j) = 0;
    end
end

cc = cc + temp;

dd = 0;

dd = dd + w(:,1);
dd = (1 / 2) * (log(2 / pi)/log(exp(1))) * dd;

ee = 0;
```

Lampiran 20. (Lanjutan)

```
ee = ee + w(:,1);
ee = (1/2) * (log(tao) / log(exp(1))) * ee;

ff = 0;
ff = ff + (((2 * y(:,1)) - 1) / 4) .* (log((2 * (miu1(:,1)) *
tao) + 1) / log(exp(1))) .* w(:,1);
for j = 1:size(ff,1)
    if isnan(ff(j)) || isinf(ff(j))
        ff(j) = 0;
    end
end

gg = 0;
for i = 1:baris

    z = (1 / tao) * sqrt((2 * miu1(i,1) * tao) + 1);

    k1 = 0;
    for j = 0:(y(i,1))
        k1 = k1 + (factorial(y(i,1) + j) / (factorial(y(i,1) - j)
* factorial(j))) * ((2 * z).^(-j));
    end

    k1 = ((pi / (2 * z))^(1/2) * exp(-1 * z)) * k1;

    gg(i) = (log(k1) / log(exp(1))) * w(i,1);

    if isnan(gg(i)) || isinf(gg(i))
        gg(i) = 0;
    end

end
gg = gg';

for j = 1:size(gg,1)
    if isnan(gg(j)) || isinf(gg(j))
        gg(j) = 0;
    end
end

varLL2 = aa + bb - cc + dd - ee - ff + gg;

varLL2 = varLL2';
varLL2 = real(varLL2);
varLL2
```

Lampiran 21. Nilai Log Likelihood masing-masing Kabupaten/ kota di Propinsi Jawa Timur Dengan *Adaptive* Bisquare

Kabupaten/ Kota	Log Likelihood	
	Populasi	H0
Kab. Pacitan	102.945691	176.0814663
Kab. Ponorogo	101.294816	167.5976268
Kab. Trenggalek	129.880448	184.2980183
Kab. Tulungagung	3892.4769	1551.149063
Kab. Blitar	-7083.12009	-8871.520402
Kab. Kediri	4466.94529	-13096.75888
Kab. Malang	-8250.7333	-11192.73984
Kab. Lumajang	109.034564	130.6465932
Kab. Jember	16245.7094	19971.78096
Kab. Banyuwangi	12739.6805	14204.78395
Kab. Bondowoso	82.2138447	171.5669961
Kab. Situbondo	149.733037	234.1732669
Kab. Probolinggo	6501.30589	1887.813206
Kab. Pasuruan	-6463.54216	-7059.16326
Kab. Sidoarjo	13732.8519	-813.1060767
Kab. Mojokerto	-2241.8965	-4079.309873
Kab. Jombang	3551.73395	-3440.708221
Kab. Nganjuk	146.705054	241.0744475
Kab. Madiun	109.099801	145.4142837
Kab. Magetan	21.5202707	448.8482667
Kab. Ngawi	139.278687	228.6147164
Kab. Bojonegoro	84.5749075	133.683145
Kab. Tuban	-622.531637	-349.2174515
Kab. Lamongan	2711.14918	806.6576535
Kab. Gresik	166.527968	125.5954852
Kab. Bangkalan	60.3888505	102.6146632
Kab. Sampang	112.053607	208.1265871
Kab. Pamekasan	98.4890502	175.0916989
Kab. Sumenep	147.190954	250.9747751
Kota Kediri	-7923.14287	-8197.887812
Kota Blitar	93.1296469	137.7997626
Kota Malang	18267.9973	17336.40966
Kota Probolinggo	143.013483	226.1879985
Kota Pasuruan	-16.5873936	-218.7926119
Kota Mojokerto	-2283.48501	-3944.748704
Kota Madiun	6366.80248	7084.7852
Kota Surabaya	72925.4148	48166.62765
Kota Batu	139.23859	233.8583309
Jumlah	128653.342	53468.30233
Devians	150370.0791	

Halaman ini sengaja dikosongkan

Lampiran 22. Nilai Log Likelihood masing-masing Kabupaten/ kota di Propinsi Jawa Timur Dengan *Fixed* Bisquare

No	Kabupaten/ Kota	Populasi	H0
1	Kab. Pacitan	116.2438468	188.5751
2	Kab. Ponorogo	112.7706232	179.4166
3	Kab. Trenggalek	138.3364344	207.0873
4	Kab. Tulungagung	5093.737408	2017.418
5	Kab. Blitar	-8380.997326	-10503.6
6	Kab. Kediri	7506.529119	-22032.8
7	Kab. Malang	-12205.1396	-16554.3
8	Kab. Lumajang	129.5129601	166.4635
9	Kab. Jember	21444.85685	26349.89
10	Kab. Banyuwangi	19064.70982	21267.92
11	Kab. Bondowoso	70.39206291	235.5072
12	Kab. Situbondo	120.0746163	238.0247
13	Kab. Probolinggo	9602.960732	2734.321
14	Kab. Pasuruan	-9652.253775	-10528
15	Kab. Sidoarjo	21817.2249	-1434.42
16	Kab. Mojokerto	-3902.096398	-7006.38
17	Kab. Jombang	8173.975784	-8077.55
18	Kab. Nganjuk	114.392491	250.0228
19	Kab. Madiun	93.65359824	190.9043
20	Kab. Magetan	-187.4626334	862.3978
21	Kab. Ngawi	75.89974004	244.2522
22	Kab. Bojonegoro	43.54391871	168.9351
23	Kab. Tuban	-1651.474072	-988.865
24	Kab. Lamongan	7205.740275	2100.527
25	Kab. Gresik	140.1273227	67.30155
26	Kab. Bangkalan	-0.557082319	114.6821
27	Kab. Sampang	44.59668302	241.3478
28	Kab. Pamekasan	43.55323941	204.8889
29	Kab. Sumenep	75.44557902	279.6596
30	Kota Kediri	-20129.62577	-20805.5
31	Kota Blitar	21.50433699	183.4375
32	Kota Malang	47609.28323	45161.45
33	Kota Probolinggo	25.54344031	225.6836
34	Kota Pasuruan	-249.5206681	-674.266
35	Kota Mojokerto	-5568.520093	-9404.06
36	Kota Madiun	17389.87518	19444.34
37	Kota Surabaya	174285.3267	115024.2
38	Kota Batu	61.31950194	290.0752
Jumlah		278693.483	130628.9
Devians		296129.1308	

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Model GWPIGR menghasilkan penaksir yang bersifat lokal untuk masing-masing lokasi pengamatan. Penaksir parameter model GWPIGR dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) sehingga diperoleh hasil yang *close form*. Hal ini disebabkan iterasi Newton Raphson yang telah ditunjukkan konvergen pada $\varepsilon = 0,00001$.
2. Pada pemodelan GWPIGR diperlukan uji serentak untuk mengetahui apakah secara bersama-sama variable predictor berpengaruh terhadap model dengan mengikuti distribusi χ^2 . Statistik uji model GWPIGR menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dan didapatkan kesimpulan bahwa seluruh parameter bersama-sama mempunyai pengaruh terhadap model. Dengan demikian model GWPIGR layak digunakan dalam memodelkan jumlah kasus baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013.
3. Dari hasil analisis ini diketahui terdapat pembagian wilayah terhadap jumlah kasus baru HIV berdasarkan kesamaan variabel signifikan yang mempengaruhi yaitu 16 kelompok untuk *Adaptive* Bisquare, 27 kelompok untuk *Fixed* Bisquare, 27 kelompok untuk *Fixed* Gaussian, dan 28 kelompok untuk *Adaptive* Gaussian. Dan diperoleh model GWPIGR dengan pembobot *Adaptive* Bisquare merupakan model yang terbaik karena menghasilkan nilai devians paling kecil dengan X_7 (persentase penduduk usia 25-34 tahun) merupakan variabel yang sebagian besar berpengaruh.

5.2. Saran

1. Berdasarkan hasil penelitian ini, saran yang bisa diberikan kepada Pemerintah Daerah (PEMDA) setempat di Propinsi Jawa Timur adalah meningkatkan sosialisasi tentang virus HIV serta penyebarannya pada berbagai lapisan masyarakat terutama pada mereka yang rentan tertular virus tersebut dengan menitikberatkan pada variabel signifikan yang berpengaruh.
2. Pengumpulan data tentang jumlah kasus baru HIV seharusnya tidak hanya berasal dari klinik-klinik VCT yang ada, tetapi juga dari pengumpulan dan pemeriksaan di masyarakat agar data yang ada menggambarkan keadaan yang sebenarnya. Masalah keterbatasan data yang tersedia menyebabkan kurang maksimalnya beberapa penelitian tentang kasus baru HIV terutama yang berkaitan dengan karakteristik penderitanya.
3. Sementara itu, saran pada metode penelitian ini, dapat dilakukan pengembangan pemodelan GWPIGR dengan menambahkan variable respon yaitu model *Geographically Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression* (GWBPIGR).

DAFTAR PUSTAKA

- Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics: Method and Models*, Dodrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Badan Pusat statistic Republik Indonesia., 2013, *Survey Demografi dan kesehatan Indonesia Tahun 2012*. Jakarta: BPS Republik Indonesia.
- Cameron, A.C dan Trivedi, P. K. (1998). *Regression Analysis of Count Data*. Cambridge University Press. USA.
- Dean, C., Lawless, J. F. dan Willmot, G. E. (1989b), "Tests for Detecting Overdispersion in Poisson Regression Model", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 84, No. 406, hal. 467-472.
- De Jong, P. dan Heller, G.Z. (2008), "Generalized Linear Models for Insurance Data", 1st edition, Cambridge University Press, New York
- Dinas Kesehatan Propinsi Jawa Timur. (2013). *Profil Kesehatan Propinsi Jawa Timur*. Surabaya. Dinkes Jatim.
- Draper, N. dan Smith, H. (1992). *Analisis Regresi Terapan*. Jakarta : Gramedia.
- Filliben, J. J. (1975), "The Probability Plot Coefficient Testt for Normality", *technometrics*, Vol. 17, hal 111-117.
- Fotheringham, A. S., Brunsdon, C., and Charlton, M., (2002), *Geographically Weighted Regression: the Analysis of Spatially Varying Relationship*, Chichester: Willey.
- Hilbe, J. M. (2007), "Negative Binomial Regression", 1st edition, Cambridge University Press, New York.
- Hogg, R. V. and, A. T., (2004), *Introduction to Mathematical Statistics*, Fifth Edition Macmillian, New York.
- Hu, M. C., Pavlicova, M. dan Nunes, E. V. (2011), "Zero-Inflated and Hurdle Models of Count Data with Extra Zeros: Example from an HIV-Risk Reduction Intervention Trial", *The American Journal of Drug and Alcohol Abuse*, Vol. 37, hal. 367-375
- Karlis, D dan Ntzoufras, I. (2005). *Bivariate Poisson Regression Models in R*. *Journal of Statistical Softare*, Vol 14 1-36.

- Kementrian Kesehatan Republik Indonesia. (2013). *Profil Kesehatan Indonesia*. Departemen Kesehatan .Jakarta.
- Lawless, J. F., 1982, *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, John Willey & Sons, New York.
- Mc Cullagh, P. and Nelder, J. A, (1989), *Generalized Linear Models*, Second Edition, Chapman & Hall, London.
- Myers, R. H., (1990), *Classical and Modern Regression with Application*, second edition, PWS-KENT Publishing Company, Boston.
- Nakaya, T., Fotheringham, A. S., dan Brudson, C., (2005), *Geographically Weighted Poisson Regression for Disease Association Mapping*, *Statistics in Medicine*, Hal. 2695-2717.
- Ogunmola, O.J., Oladosu, Y.O, dan Olamoyegun, M. A. (2014),”Relationship Between Socioeconomics status and HIV infection in a rural tertiary health Center”, *HIV/ AIDS Research and Palliative care*, Vol. 4, Hal. 61-67.
- Olewe, T. M., Wayung, J. O. dan Makau, A. M. (2008),”Characteristics of Clients Seeking Voluntary Counseling and Testing (VCT) Services in Nairobi Kenya”, *Journal of Applied Biosciences*, Vol. 12, hal. 671-680.
- Owusu, F. (2011), “Modelling the Occurrence and Incidence of Seropositive HIV Cases (A case study at Korle-Bu Teaching Hospital in Ghana_”, Departement of Mathematics, Kwame Nkrumah University of Science and Technology, Kumasi.
- Ratnasari, N.T. dan Purhadi. (2013),”Pemodelan Faktor Yang Mempengaruhi Jumlah HIV dan AIDS Propinsi Jawa Timur Menggunakan Regresi Poisson Bivariat”, *Jurnal Sains dan Seni Pomits*, Vol. 2, No. 2, Hal. 213-218.
- Rigby, R.A. dan stasinopoulus, D.M. (1996). “A Semi-Parametric Additive Model for Variance Heterogeneity”, *Statistics and Computing*, Vol. 6, hal. 57-65.
- Setiawan dan Dewi. (2010). “*Ekonometrika*”, penerbit ANDI. Yogyakarta.

- Shoukri, M. M., Asyali, M.H., Vandorp, R. dan Kelton, R. (2004). "The Poisson Inverse Gaussian Regression Model in the Analysis of Clustered Counts data", *Journal of Data Science*, Vol. 2, No. 2, Hal. 17-32.
- Triola, M. (2010). "Elementary Statistics", 11st edition, Addison Wesley Press, New York.
- Ummah, Z., Suliyanto dan Sediono. (2013). "Estimasi Model linier Tergeneralisasi Gaussian Berdasarkan Maksimum Likelihood estimator dengan menggunakan Algoritma Fisher Scoring", *jurnal Matematika*, Vol. 1, No. 1, Hal 110-120.
- Walpole, R. (1995). *Pengantar Statistika*. Edisi ke-3. Terjemahan Bambang Sumantri. PT. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.
- Widiari, S. M. (2016). "Penaksiran Parameter dan Statistik Uji Dalam Model Regresi Poisson Inverse Gaussian (Studi Kasus: Jumlah Kasus Baru HIV di Propinsi Jawa Timur tahun 2013)", Program Pascasarjana, Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- Willmot, G.E. (1987), "The Poisson-Inverse Gaussian Distribution as An Alterntive to the Negative Binomial", *Scandinavian Actuarial Journal*, Vol. 3, No. 4, hal. 113-127
- Zanakis, S.H., Alvarez, C. dan Li, V. (2007)," Socio-economic Determinants of HIV/AIDS Pandemic and Nations Efficiencies", *European Journal of Operational Research*, Vol. 176, No. 2, hal. 1181-1838.
- Zha, L., Lord, D. dan Zou, Y. (2014),"The Poisson Inverese Gaussian (PIG) Generalized Linear Regression Model for Analyzing Motor Vehicle Crash Data", *Journal of Transportation Safety and Security*, DOI: 20.2080/19439962.2014.977502.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BIOGRAFI PENULIS



Penulis bernama lengkap Ima Purnamasari dan biasa dipanggil Ima. Lahir pada tanggal 27 Oktober 1989 di Kabupaten Nganjuk, Jawa Timur dan merupakan anak kedua dari dua bersaudara. Penulis telah menempuh pendidikan formal di TK Pertiwi I Nganjuk (1995-1996), SDN Ganung Kidul I Nganjuk (1996-2002), SMP Negeri 1 Nganjuk (2002-2005), dan SMA Negeri 2 Nganjuk (2005-2008). Kemudian penulis melanjutkan pendidikan ke

jenjang Sarjana di Universitas Airlangga program studi Matematika (2008-2013). Pada tahun 2014 penulis melanjutkan studi Magister di program Pascasarjana Jurusan Statistika, FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya. Pembaca yang ingin memberikan saran, kritik, dan pertanyaan mengenai penelitian ini, dapat ditujukan ke alamat email imapurnama89@gmail.com